FILIERE GENIE INDUSTRIEL BOIS

MECANIQUE DU SOLIDE

CORRIGE

NIVEAU 2

LA RESISTANCE DES MATERIAUX

Code du dispositif: 09A0100507 Module : 23436

Auteur : Serge Muret - 2010

Table des matières

REFERENTIEL
DE
CERTIFICATION

Savoirs technologiques associés

EXTRAIT

S	Connaissances	Niveaux			
S 4	**La mécanique et la résistance des matériaux (suite)**	**1**	**2**	**3**	**4**
S 4.3	**La résistance des matériaux**				
	4.31 - Les sollicitations internes Effort normal (diagramme des efforts normaux) Effort tranchant (diagramme des efforts tranchants) Moment de flexion (diagramme du moment fléchissant)				
	4.32 - Les caractéristiques des éléments (poutres, poteaux…) Portée, section Moment quadratique Module de flexion Centre de gravité. Élancement Rayon de giration Longueur de flambement				
	4.33 - Les caractéristiques des matériaux (cf. S6 - Les matériaux)				
	4.34 - Les contraintes Notion de contrainte Contrainte caractéristique d'un matériau Contrainte de traction ou de compression Contrainte de flexion Contrainte de cisaillement Contrainte de compression avec flambement				
	4.35 - Les déformations d'éléments Déformation en flexion Module d' Young Flèche limite				
S 4.4	**Les liaisons et la stabilité des ouvrages**				
	4.41 - Les liaisons externes Ancrages des ouvrages (fixation…) Interfaces ouvrages / supports : métal, béton, plâtre… Contraintes locales d'arrachement et de cisaillement Dimensionnement des fixations : utilisation de tableaux et d'abaques				
	4.42 - Les liaisons internes Assemblage bois / bois : - contraintes locales de compression et de cisaillement - détermination des surfaces minimales Assemblage bois/métal (pointes, boulons, tiges, boîtiers…) : - contraintes locales de compression et de cisaillement - détermination du nombre et de la disposition des organes Utilisation de tableaux et d'abaques				
	4.43 - La stabilité des ouvrages Contreventement (voile travaillant, les barres de triangulation) Contraintes de déformation Solutions techniques de stabilisation				
S 4.5	**La vérification et le dimensionnement**				
	4.51 - L'utilisation d'outils de dimensionnement Logiciel simple de dimensionnement d'éléments isolés : - saisie des données nécessaires - validation des résultats (sections, écartements, portées) Utilisation de tableaux et d'abaques				

Mise en relations des compétences et des savoirs technologiques associés

	COMPÉTENCES	SAVOIRS TECHNOLOGIQUES ASSOCIÉS								
		S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
C1	**1** - Décoder et analyser les données de définition	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	2 - Décoder et analyser les données opératoires	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	3 - Décoder et analyser les données de gestion	X	X	X	X	X	X	X		X
	4 - Relever et réceptionner une situation de chantier	X	X	X		X	X	X	X	X
C2	**1** - Choisir et adapter des solutions techniques		X	X	X	X	X	X		X
	2 - Établir les plans et tracés d'exécution d'un ouvrage		X	X	X	X	X	X		X
	3 - Établir les quantitatifs de matériaux et composants		X	X	X	X	X	X		X
	4 - Établir le processus de fabrication, de dépose et de pose		X	X	X	X	X	X	X	X
	5 - Établir les documents de suivi de réalisation		X	X	X	X	X	X	X	X
C3	**1** - Organiser et mettre en sécurité les postes de travail	X					X	X	X	X
	2 - Préparer les matériaux, quincailleries et accessoires		X	X		X	X	X	X	X
	3 - Installer et régler les outillages		X				X	X	X	X
	4 - Conduire les opérations d'usinage : machines conventionnelles, P.N., C.N.		X				X	X	X	X
	5 - Conduire les opérations de mise en forme et de placage						X	X	X	X
	6 - Conduire les opérations de montage et de finition						X	X	X	X
C4	**1** - Organiser et mettre en sécurité la zone d'intervention	X						X	X	X
	2 - Contrôler la conformité des supports et des ouvrages	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	3 - Implanter, distribuer les ouvrages	X	X	X		X	X	X	X	X
	4 - Préparer, adapter, ajuster les ouvrages	X	X	X		X	X	X	X	X
	5 - Conduire les opérations de pose sur chantier	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	6 - Installer les équipements techniques, les accessoires	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	7 - Assurer les opérations de finition périphériques à l'ouvrage	X		X		X	X	X	X	X
	8 - Gérer la dépose des ouvrages et l'environnement du chantier	X	X	X		X	X	X	X	X
C5	**1** - Assurer la maintenance périodique des ouvrages	X	X			X	X	X	X	X
	2 - Maintenir en état, les matériels, les équipements et les outillages	X	X					X	X	X
C6	**1** - Animer une équipe	X	X							
	2 - Animer les actions qualité et sécurité	X	X						X	X
	3 - Communiquer avec les différents les partenaires	X	X							
	4 - Rendre compte d'une activité	X	X							

Spécification des niveaux d'acquisition et de maîtrise des savoirs

Indicateur de niveau d'acquisition et de maîtrise des savoirs

NIVEAU
1 | 2 | 3 | 4

Le candidat a reçu une information minimale sur le concept abordé et il sait, d'une manière globale, de quoi il s'agit. Il peut donc par exemple identifier, reconnaître, citer, éventuellement désigner un élément, un composant au sein d'un système, citer une méthode de travail ou d'organisation, citer globalement le rôle et la fonction du concept appréhendé.

Niveau
d'INFORMATION

Ce niveau est relatif à l'acquisition de moyens d'expression et de communication en utilisant le registre langagier de la discipline. Il s'agit à ce niveau de maîtriser un savoir relatif à l'expression orale (discours, réponses orales, explications) et écrite (textes, croquis, schémas, représentations graphiques et symboliques en vigueur). Le candidat doit être capable de justifier l'objet de l'étude en expliquant par exemple un fonctionnement, une structure, une méthodologie…

Niveau
d'EXPRESSION

Cette maîtrise porte sur la mise en œuvre de techniques, d'outils, de règles et de principes en vue d'un résultat à atteindre. C'est le niveau d'acquisition de savoir-faire cognitifs (méthode, stratégie…). Ce niveau permet donc de simuler, de mettre en œuvre un équipement, de réaliser des représentations, de faire un choix argumenté...

Niveau
de la
MAÎTRISE D'OUTILS

Il vise à poser puis à résoudre les problèmes dans un contexte global industriel. Il correspond à une maîtrise totale de la mise en œuvre d'une démarche en vue d'un but à atteindre. Il intègre des compétences élargies, une autonomie minimale et le respect des règles de fonctionnement de type industriel (respect de normes, de procédures garantissant la qualité des produits et des services).

Niveau
de la
MAÎTRISE
MÉTHODOLOGIQUE

NOTIONS DE CONTRAINTES

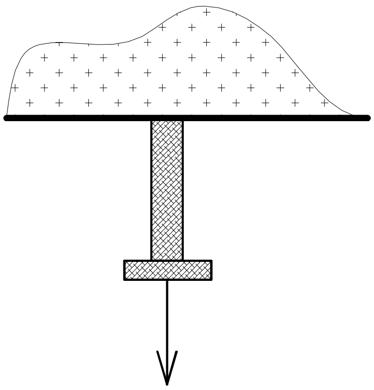
1 - But de la R.D.M.

Tout solide se déforme sous l'action des forces extérieurs qui le sollicitent.

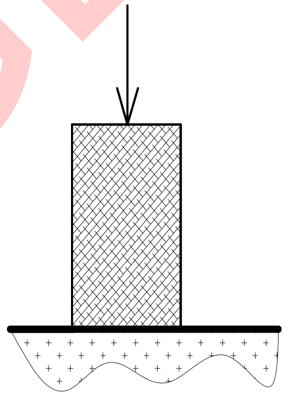
La sécurité d'une structure est assurée si les forces extérieures ne :
- Provoquent pas des déformations trop importantes
- Provoquent pas de ruptures

Le but de la résistance des matériaux est de calculer les pièces d'une structure de façon qu'elles résistent en toute sécurité aux efforts prévus.

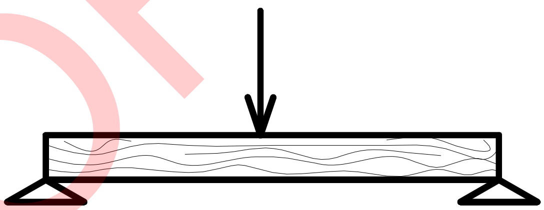
2 - Les sollicitations



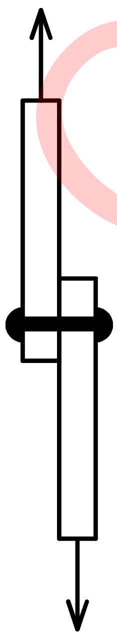
Traction



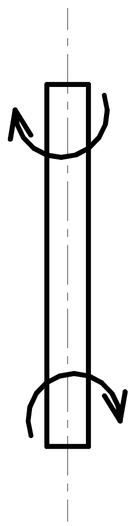
Compression



Flexion

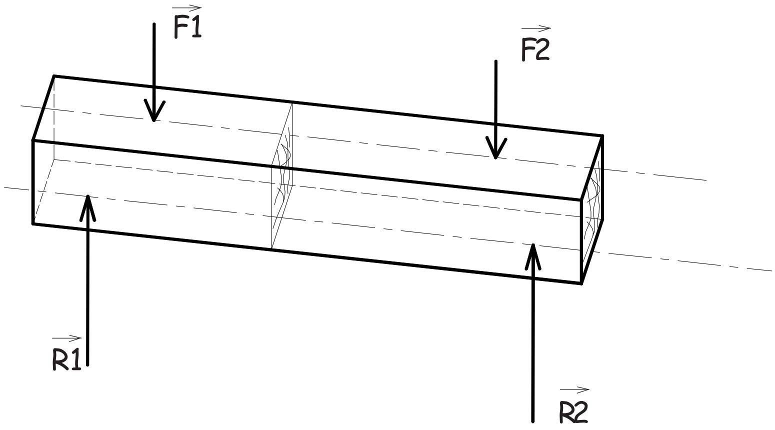


Cisaillement



Torsion

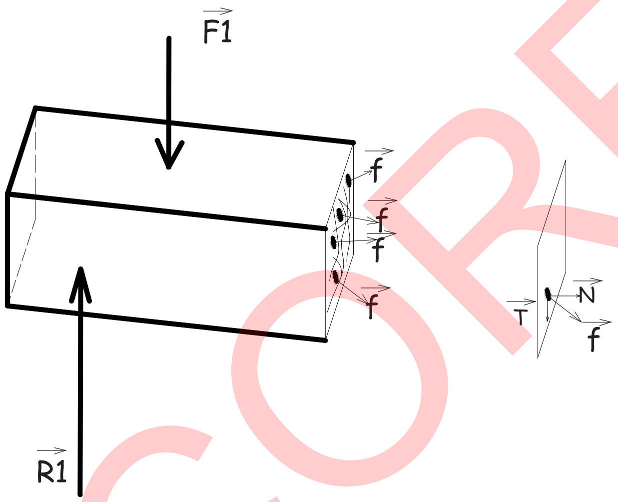
3 - Les contraintes



Considérons un solide en équilibre sous l'action de forces extérieures; si ce solide est en équilibre, le système des forces est équivalent à 0 (zéro). Si on coupe ce solide en 2 parties que se passe t'il au niveau de la coupure sur chaque petit élément de surface que nous appellerons ds ?

Nous constatons la présence de forces intérieures $\vec{f}$ nécessaire à l'équilibre :

- Leur direction est quelconque, elles peuvent être décomposées
- en efforts normal N
- en effort tangentiel T



On appelle :

- Contrainte normale en un point

σ_A = N/dA

- Contrainte tangentielle en un point

τ_A = T/dA

4 - Les unités utilisées

L'expression d'une contrainte est celle d'une force divisé par une surface (comme une pression)

Unité SI	=>	le Pascal	=>	1 Pa = 1 N/m^2
Unité Usuelle	=>	le MégaPascal	=>	1 MPa = 10^6 Pa = 1 000 000 Pa
		le Bar	=>	1 Bar = 1 daN/cm^2

Calculer ce que représente 1 MPa en N/mm^2

1 MPa = 10^6 Pa = 10^6 N/m^2 = 10^6 N/10^6 mm^2 = 1 N/mm^2

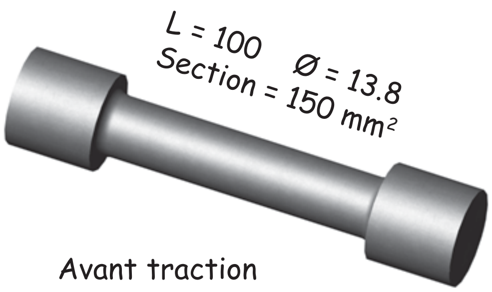
En déduire la relation entre le Mpa et le Bar

1 bar = 10 N/cm^2 10 N/ 100 mm^2 = 0.1 N/mm^2 ==> 1 MPa = 10 bars

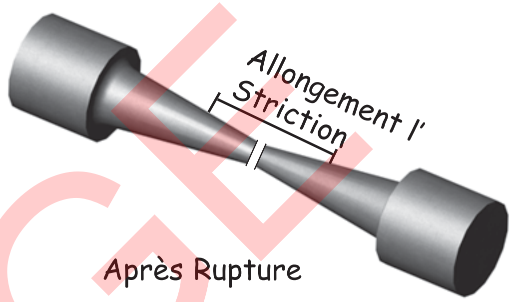
LA TRACTION

1 - Essai de traction

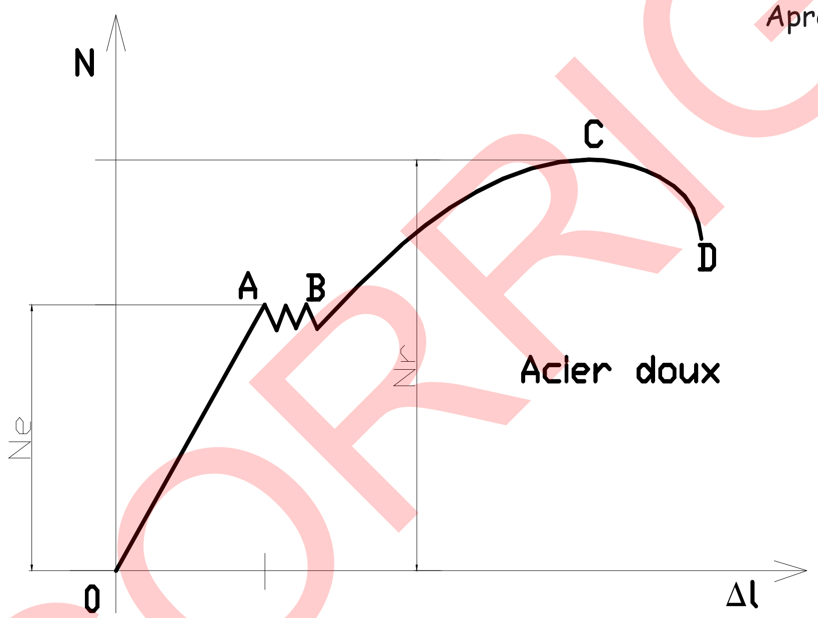
L'essai de traction est fait sur un barreau cylindrique rectifié dont les dimensions sont normalisées.



Avant traction



Après Rupture



On fait croître lentement l'effort $\vec{N}$ et on mesure les allongements correspondants.

On obtient une courbe divisée en plusieurs parties.

L'essai permet de déterminer les caractéristiques mécaniques suivantes :

- La limite d'élasticité = Ne marque la fin de la proportionnalité entre N et Δl
- La résistance à la rupture = Nr indique l'effort maximum que peut supporter l'éprouvette
- L'allongement = Δl = allongement = (L finale - L initiale)

  $\Delta l\ \% = \dfrac{(L\ finale - L\ initiale)}{L\ initiale}$

Une barre dont une extrêmité est fixe, s'allonge lorsqu'on la tire à l'autre extrêmité. On dit quelle est soumise à la traction :

soient N = L'intensité de l'effort de traction en N ou daN.
A = La surface d'une section droite perpendiculaire à la direction de l'effort N en mm^2.

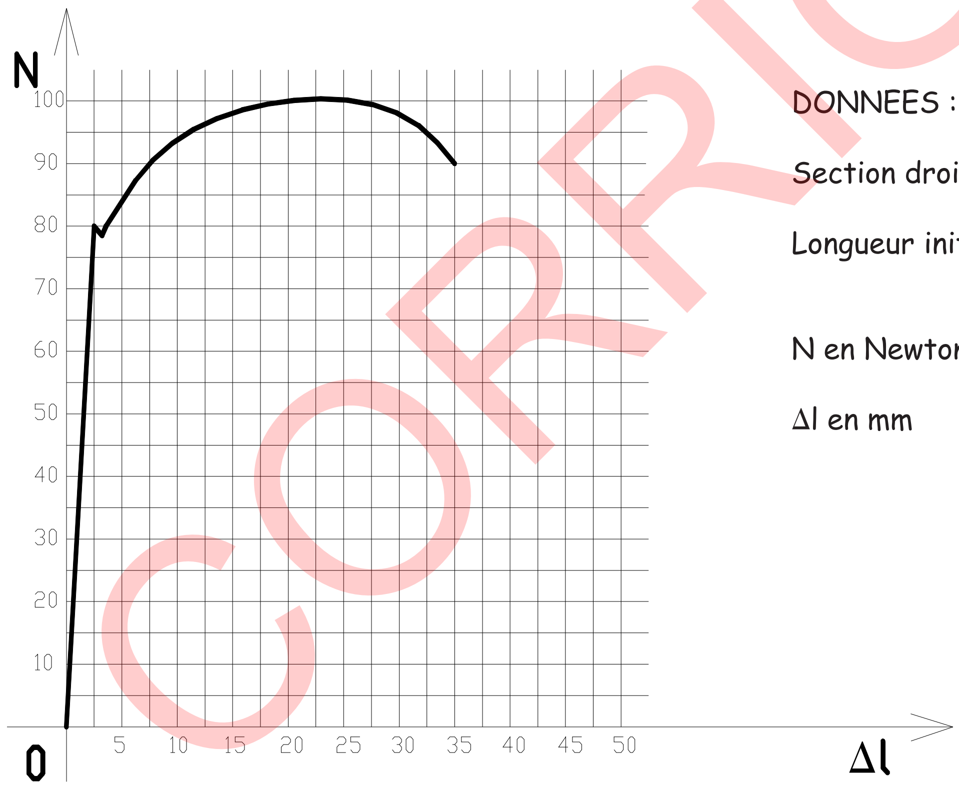
La contrainte normale σ_t dans la section considérée est égale

$$\boxed{\sigma_t = N/A}$$

2 - Lecture d'un essai de traction

Sur le diagramme de traction présenté ci dessous, déterminer :

la limite d'élasticité, la résistance à la rupture et l'allongement.



DONNEES :

Section droite = 150 mm^2

Longueur initiale = 100 mm

N en Newton x 10^3

Δl en mm

RESULTATS :

Ne = 80×10^3 N

Nr = 100×10^3 N

ΔL% = $\frac{102.5 - 100}{100} = 2.5\ \%$

σe = Ne / A
= 80 000 / 150
= 533.3 MPa

σr = Nr / A
= 100 000 /150
= 666.6 MPa

3 - Applications

exercice 1 : Quelle est la contrainte σ_t d'une pièce de bois de section 48 x 48 mm qui subit un effort de traction de 50 000 N :

σ_τ = N/A

=> σ_τ = 50 000 / 48x48 = 50 000 / 2304 = 21.7 MPa

exercice 2 : Quel effort maxi de traction peut-on appliquer à un tourillon de Ø 20 mm pour que la contrainte $\sigma_t \leqslant$ 12 MPa :

σ_τ = N/A

=> N = σ_τ x A => N = $12 \times \frac{(\Pi \times 20^2)}{4}$ = 3 769.8 N = 377 daN

exercice 3 : Quelle largeur faut-il donner à un pièce de 10 mm d'épaisseur pour qu'elle puisse supporter une charge N = 500 daN avec une contrainte $\sigma_t \leqslant$ 9 MPa

σ_τ = N/A

=> A = N / σ_τ => A = 5 000 / 9 = 555.5 mm²

=> L x 10 = 555.5 => L = 55.5 mm

4 - Expérimentation

Observer les 4 cas d'expérimentation de la page 14

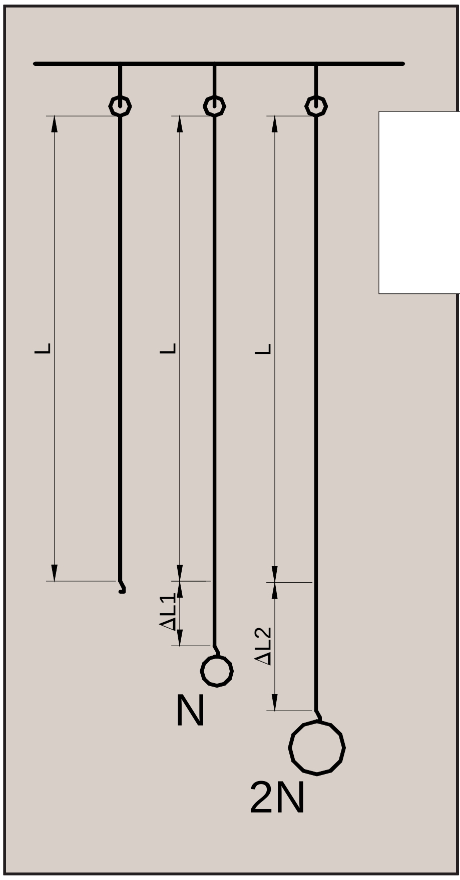
Enoncer une conclusion pour chacun des cas :

Le cas 1: On constate que $\Delta l2 = 2\Delta l1$ si la charge est doublée

Le cas 2: On constate que si L est doublée alors Δl est doublé

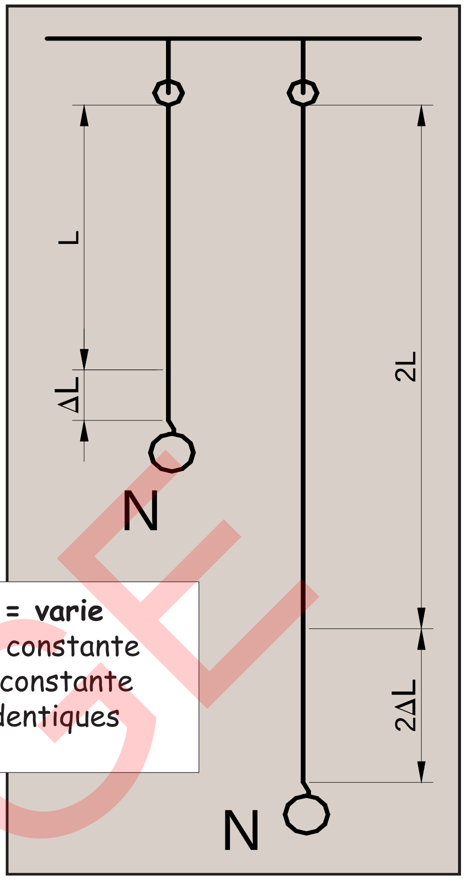
Le cas 3: On constate que si la section A diminue alors $\Delta l2 > \Delta l1$

Le cas 4: On constate que $\Delta l1$, $\Delta l2$ et $\Delta l3$ sont fonction de la matière



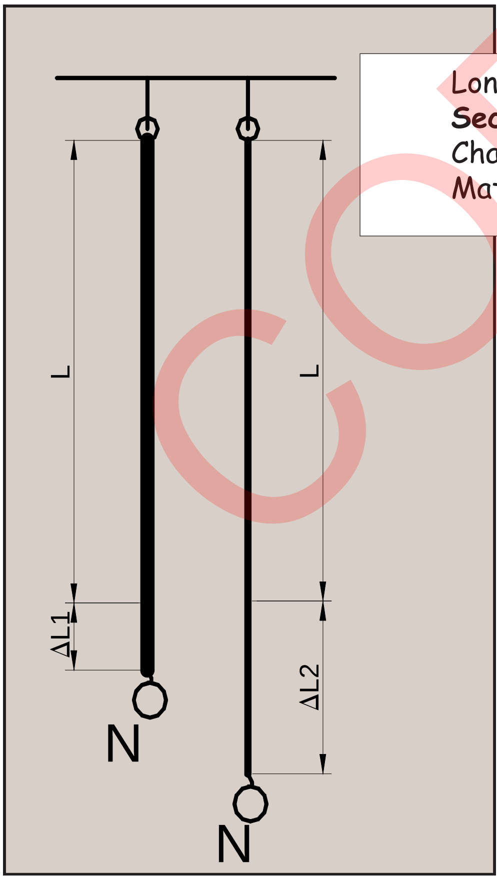
Longueur L = constante
Section A = constante
Charge N = varie
Matières identiques

CAS 1



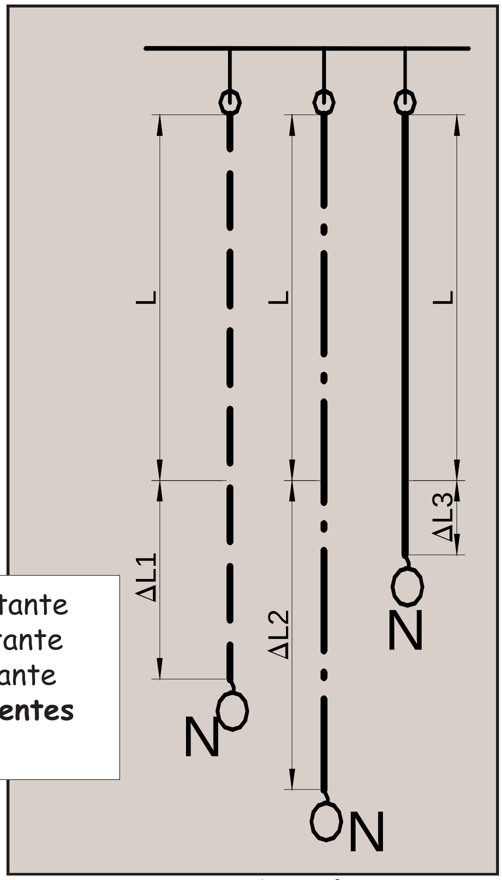
Longueur L = varie
Section A = constante
Charge N = constante
Matières identiques

CAS 2



Longueur L = constante
Section A = varie
Charge N = constante
Matières identiques

CAS 3



Longueur L =constante
Section A = constante
Charge N = constante
Matières différentes

CAS 4

5 - Expression de la déformation

Allongement : Si la déformation est élastique, l'allongement ΔL correspondant est donné par la formule

$$\Delta l = \frac{N\ L}{A\ E}$$

N = L'effort de traction en N — L = La longueur initiale en mm

A = La section en mm² — E = le module d'élasticité en MPa ou module de *Young*

Quelques valeurs de E :

Aciers doux	=> 2.1×10^{11} Pa	ou 210 000 MPA
Fonte	=> 1×10^{11} Pa	ou 100 000 MPA
Chêne	=> 1.17×10^{10} Pa	ou 11 700 MPA
Sapin	=> 1.18×10^{10} Pa	ou 11 800 MPA

exercice : Déterminer l'allongement ΔL d'un entrait d'une charpente sachant que σ_t = 12 MPa et que sa longueur L = 15 m :

$$\Delta l = \frac{N\ L}{A\ E} = \sigma_t \times \frac{L}{E} = 12 \times 15\,000/11\,700 = 15.4 \text{ mm}$$

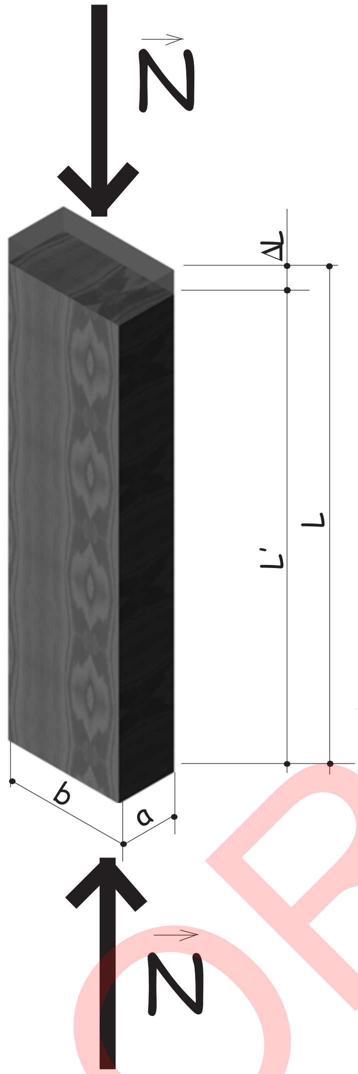
6 - Condition de résistance à la traction

Pour qu'un corps sollicité à la traction résiste en toute sécurité, il faut que la contrainte normale σ_t = N/A soit inférieure à la limite élastique σe

$$\sigma_t = N/A \leqslant \sigma e$$

LA COMPRESSION

1 - Généralités



Si une pièce prismatique a une ligne moyenne rectiligne,

Si elle est soumise à l'action d'un effort normal $\vec{N}$, ayant pour support cette ligne moyenne, de telle façon qu'elle se raccourcisse,....

ON DIT QUE la pièce est comprimée

2 - Compression simple (cas de pièces courtes)

L'expérience montre que la sollicitation est de type COMPRESSION SIMPLE si ;

$L \leqslant 6\,a$ avec $A = a \times b$ (section sensiblement carrée)

$L \leqslant 6\,Ø$ (section circulaire)

Les lois de comportement à la compression simple sont les mêmes que celles de la traction .... à conditions de remplacer ......allongement...... par ......raccourcissement......

Comme pour la traction, seule ......l'expérimentation...... permet l'établissement de formules générales :

EQUATIONS FONDAMENTALES DE LA COMPRESSION SIMPLE
(à section constante et à poids négligé)

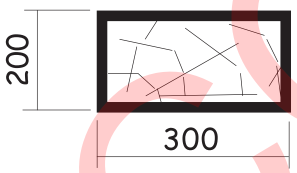
Contrainte : $\sigma_c = N / A$

Raccourcissement : $\Delta l = \dfrac{N\ L}{A\ E}$

avec

N = L'effort de compression en N
E = Le module d'élasticité en MPa
A = La section en mm²
L = La longueur initiale en mm

Exercice :



Un poteau en chêne a une section de 300 x 200 mm

a) Jusqu'a quelle longueur pourra t'on l'utiliser en compression simple ?

b) Calculer la force portante en compression simple qu'il admettra, sachant que la contrainte limite élastique est $\sigma e = 7$ MPa

a) Longueur maximale en compression simple = 6 x 200 = 1 200 mm = 1.20 m

b) $\sigma_c = N/A \leqslant \sigma e$

=> $N \leqslant A \times \sigma e$

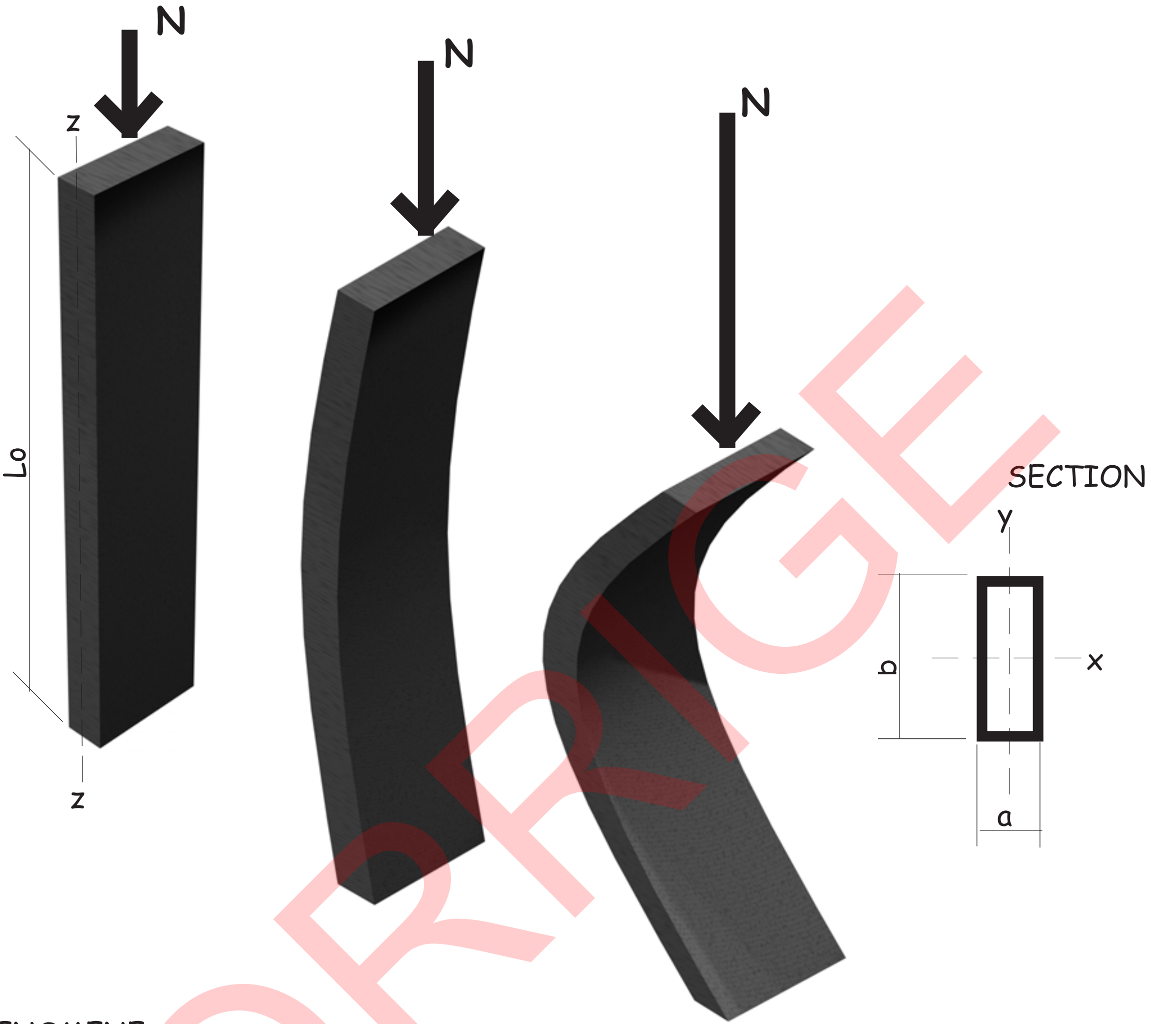
=> $N \leqslant (200 \times 300) \times 7$

=> $N \leqslant (60\,000) \times 7$

=> $N \leqslant 420\,000$ N

=> $N \leqslant 42\,000$ daN

3 - Flambement (cas de pièces longues)



LE PHENOMENE :

Expérience sur une pièce plate, de section quelconque

a) La pièce est chargée jusqu' à la charge N :

Il n'apparait pas de déformation - il y a compression simple

b) Quand La charge atteind N critique :

La pièce flechit - la compression simple est remplacée par de la flexion composée - il y a flambage

c) Quand la charge N atteind N affaissement :

La flèche devient plus importante - la poutre cesse d'être stable

Conclusion :

Il ne faut jamais atteindre N critique

4 - Méthode de calcul au flambement

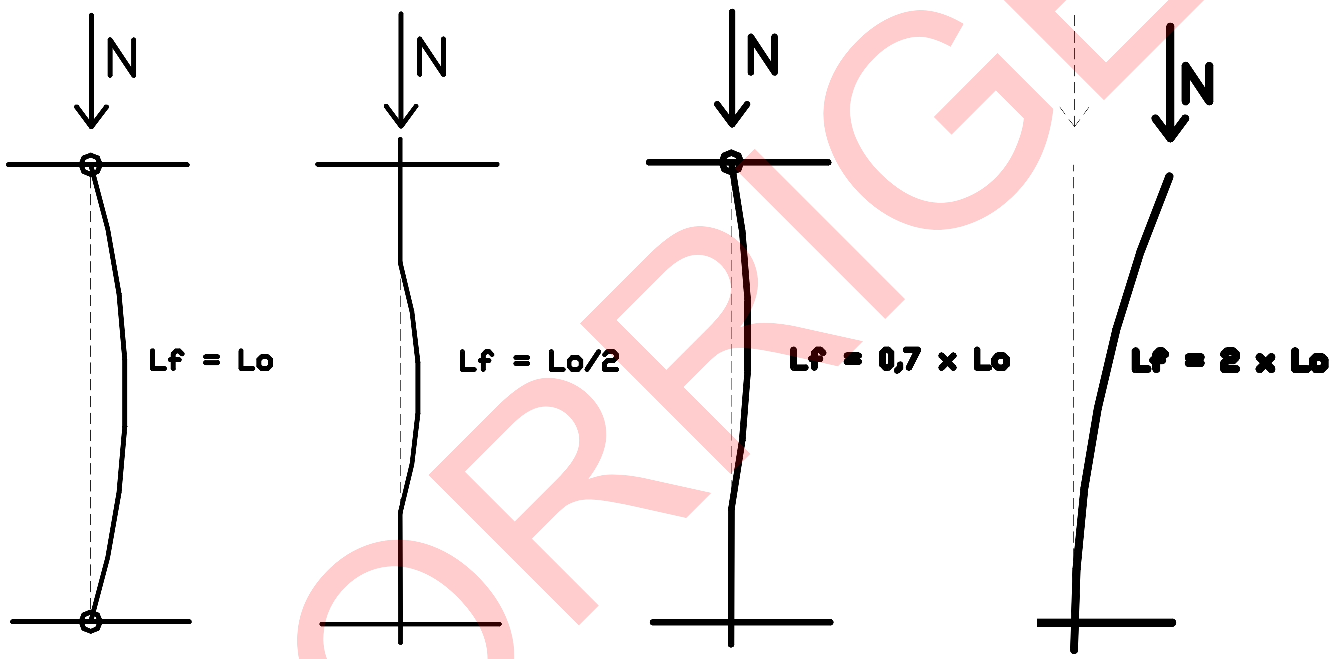
Connaissant l'effort pondéré de compression N
connaissant l'aire de la section transversale A

1) Déterminer la contrainte de **compression simple** σ_c

σ_c = N/A en MPa

2) Déterminer la longueur de flambement Lf

elle dépend de la longueur libre de la pièce Lo et du mode de fixation de ses extrémités



3) Calculer l'élancement de la pièce λ (lambda)

$\lambda = Lf / i$ avec $i = \sqrt{I\ mini / A}$ => rayon de giration minimum en mm

avec I mini => Moment quadratique minimum en mm^4
avec A => Section droite mm^2

Remarque : Le flambement se situe toujours dans le plan perpendiculaire au plan du I mini pour la section considérée

4) Vérifier que la contrainte pondérée de compression simple σ_c satisfait à la condition

si $\lambda < 37.5$ ==> Aucun risque de flambement.

si $120 < \lambda$ ==> Redimensinner la pièce.

si $37.5 < \lambda < 120$ ==> Risque de flambement et la vérification doit donner

$$\boxed{\sigma_c \leqslant k\,\sigma e}$$

avec k coefficient de flambement qui est fonction de l'élancement.

$k = 1.45 - 1.20 \times (\lambda/100)$ si $37.5 < \lambda < 75$

$k = 3\,100 / \lambda^2$ si $75 < \lambda < 120$

Exercice : Dimensionner un poteau de 3 m de hauteur, de section carrée, encastré à ses 2 extrémités, constitué de bois de 2 ème catégorie et supportant une charge de 3 tonnes.

avec σe = 8 MPa

Méthode :

Calculer σ_c = N/A = 30 000/A

et $\sigma_c \leqslant \sigma e$ => $A \geqslant 30\,000 / \sigma e$ => $A \geqslant 30\,000 / 8$ => $A \geqslant 3\,750$ mm²

Calculer Lf = Lo/2 = 3 000 / 2 = 1 500 mm

1er cas) Choisir a = 65 mm => A = 4 225 mm²

alors I = $(65 \times 65^3) / 12 = 1\,487\,552$ mm⁴

et i = $\sqrt{I\ mini / A} = \sqrt{1\,487\,552 / 4\,225} = 18.76$ mm

et λ = Lf / i = 1 500 / 18.76 = 79.95

et k = $3100 / \lambda^2 = 3\,100 / 79.95^2 = 0.485$

vérifier que $\sigma_c \leqslant k\,\sigma e$ σ_c =30 000/4 225 = 7.1 MPa

$k\,\sigma e$ =0.485 x 8 = 3.88 MPa

Pas vérifié

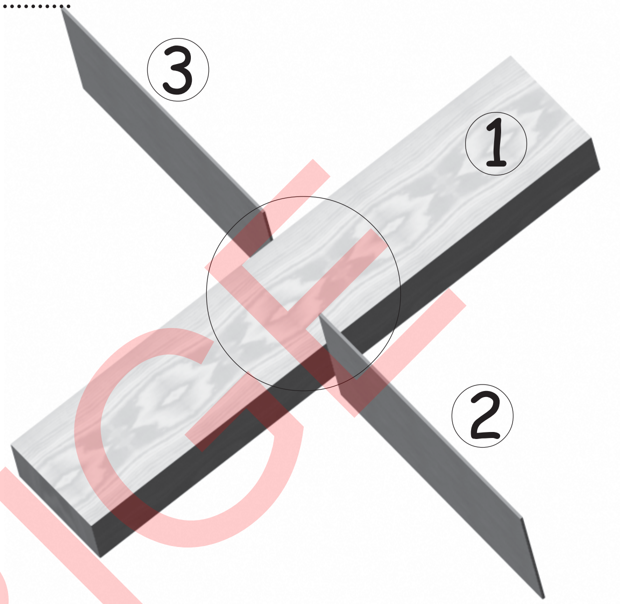
Si la vérification n'est pas correcte alors il faut augmenter A et refaire les calculs à partir de I.

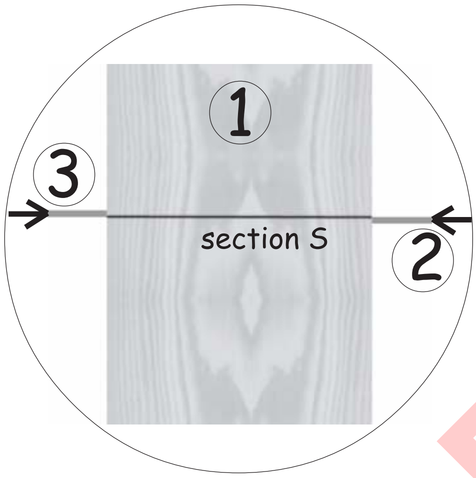
LE CISAILLEMENT

1 - Définition

La pièce 1 est soumise à 2 forces T transmises par les pièces 2 et 3.
Si les 2 forces T sont situées dans le plan d'une section A,

ON DIT QUE le solide est soumis au cisaillement pur





Vue de dessus

Nota : En réalité il y a toujours un écart E entre les 2 plans d'application des forces d'où une flexion sur la distance E

2 - Contrainte de cisaillement

On suppose que l'on est dans les conditions de cisaillement pur et que les contraintes sont uniformément réparties dans la section S

soient T = L'intensité de l'effort de cisaillement en N ou daN
A = La surface d'une section droite parallèle à la direction de l'effort T en mm^2

La contrainte Tangentielle τ dans la section considérée est égale

$$\boxed{\tau = T/A}$$

3 - Vérification de contrainte

Vérification d'une section soumise à la contrainte de cisaillement

soit σe = limite d'élasticité du matériau utilisé

il faut vérifier que $\boxed{\tau \leqslant 65\% \times \sigma e}$

donc $T / A \leqslant 65\% \, \sigma e$

Exemple :

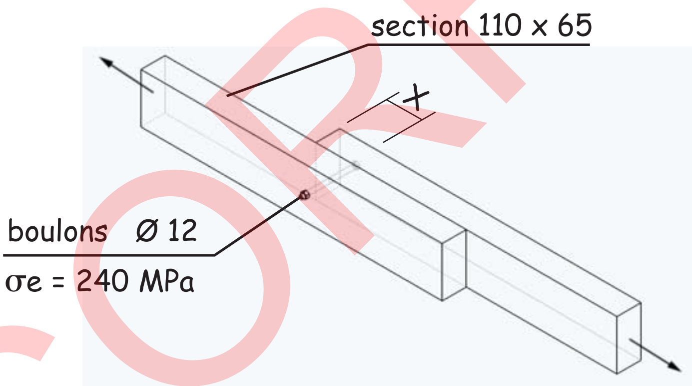
Une section A= 100 mm² d'une pièce en acier doux est sollicité par un effort T = 1 400 daN

vérification : T = 14 000 N A = 100 mm² τ = 14 000 / 100 = 140 MPa

σe = 240 MPa => 65% σe = 156 MPa $\tau \leqslant 65\% \, \sigma e$ Vérifié

4 - Applications numériques

1) CAS 1



Effort de traction
N = 3500 daN

Remarque : Une seule section pour chaque boulon est sollicitée au cisaillement
On dit qu'il y a cisaillement simple

RESISTANCE DES BOULONS AU CISAILLEMENT

Diamètre en mm	8	10	12	14	16	18	20	22	24
Section de la tige lisse. A	50,2	70,5	113	154	201	254	314	380	452
Section résistante. Ar	36,6	58	84,3	115	157	192	245	303	353
Efforts pondérés admissibles. au cisaillement T en daN — partie lisse	780	1225	1760	2400	3135	3960	4900	5930	7050
Efforts pondérés admissibles. au cisaillement T en daN — partie filetée	570	905	1315	1795	2450	2995	3820	4730	5510

TRAVAIL :

Nombre de boulons : (d'après tableau)

3 500 / 1 315 = 2.66 boulons => 3 boulons
M12 en partie filetée

Contrainte dans la section cisaillée (par calcul)

τ = T / A
τ = 35 000 / 3 x 84.3 = 138.3 MPa

Vérification de contrainte dans un boulon :

$\tau \leq$ 65% x σe
138.3 $\leq$ 156 MPa Vérifié

VÉRIFICATION DE LA PIECE DE BOIS :
σe = 11.5 MPa

En traction :

Section nette

(110 x 65) - (14x 65) = 6 240 mm²
section brute - trou

Contrainte σ_t

σ_τ = N/A
σ_τ = 35 000 / 6 240 = 5.61 MPa
$\sigma_\tau \leq \sigma e$ = 11.5 MPa Vérifié

En cisaillement :

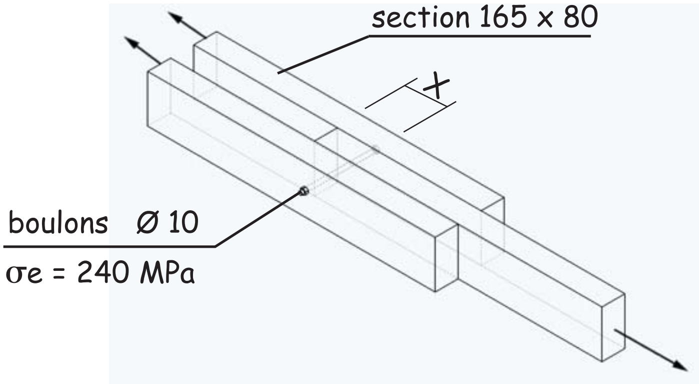
Section nette

65 x 25 = 1 625 m² Si x = 25 mm

Contrainte τ

τ = T / A ici T = F/ 3 = 11 667 N car 3 boulons
τ = 11 667/ 1 625 = 7.2 MPa
65% x σe = 7.475 MPa
$\tau \leq$ 7.475 MPa Vérifié

2) CAS 2



Effort de traction
N = 6 000 daN

Remarque : Deux sections pour chaque boulon sont sollicitées au cisaillement
On dit qu'il y a cisaillement double

Travail : Calculer le nombre de boulons

Vérifier la contrainte de cisaillement dans les boulons

Vérifier la contrainte de traction et de cisaillement dans les pièces de bois

Nombre de boulons :

2 sections sollicitées => 6 000 / 2 = 3 000 daN chacune

3 000 / 905 = 3.31 boulons => 4 boulons

M10 en partie filetée

Contrainte de cisaillement dans les boulons :

τ = T / A

τ = 30 000 / 4 x 58 = 129.3 MPa

Vérification de la contrainte

τ ≤ 65% x σe

129.3 ≤ 156 MPa Vérifié

Vérification de la contrainte de traction dans les pièce de bois

(165 x 80) - (12x 65) = 12 420 mm²

section brute - trou

σ_T = N/A

σ_T = 60 000 / 12 420 = 4,83 MPa

σ_T ≤ σe = 11.5 Mpa Vérifié

Vérification de la contrainte de cisaillement dans les pièce de bois

80 x 25 = 2 000 mm² Si x = 25 mm

τ = T / A ici T = F/ 4 = 15 000 N car 4 boulons

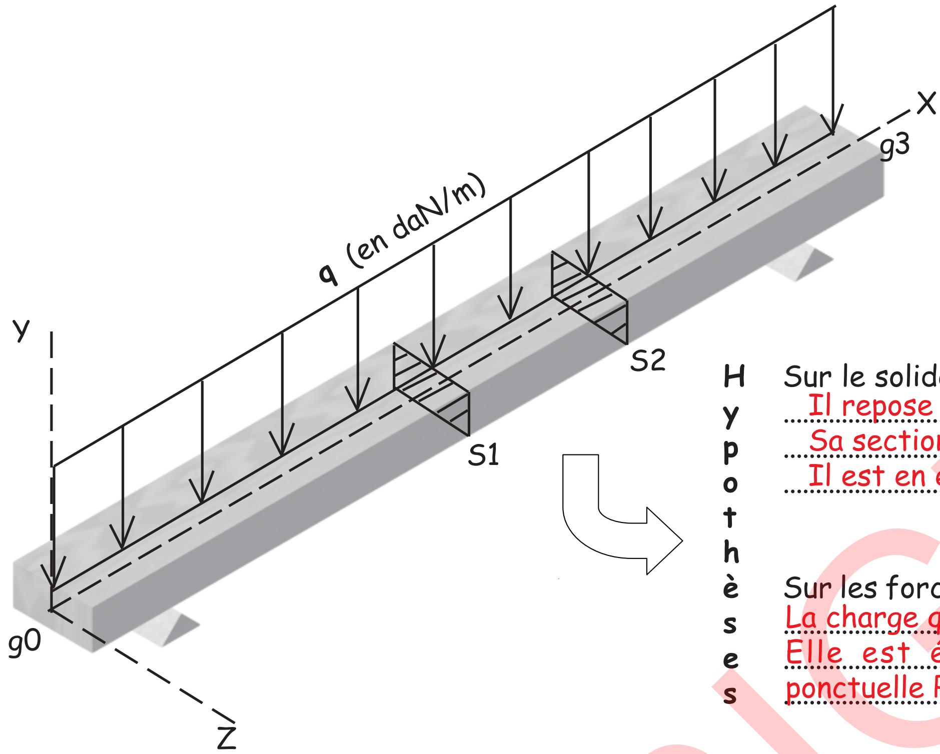
τ = 15 000/ 2 000 = 7.5 Mpa

65% x σe = 7.475 MPa

τ ≥ 7.475 MPa Pas vérifié il faut augmenter légèrement X

LA FLEXION SIMPLE

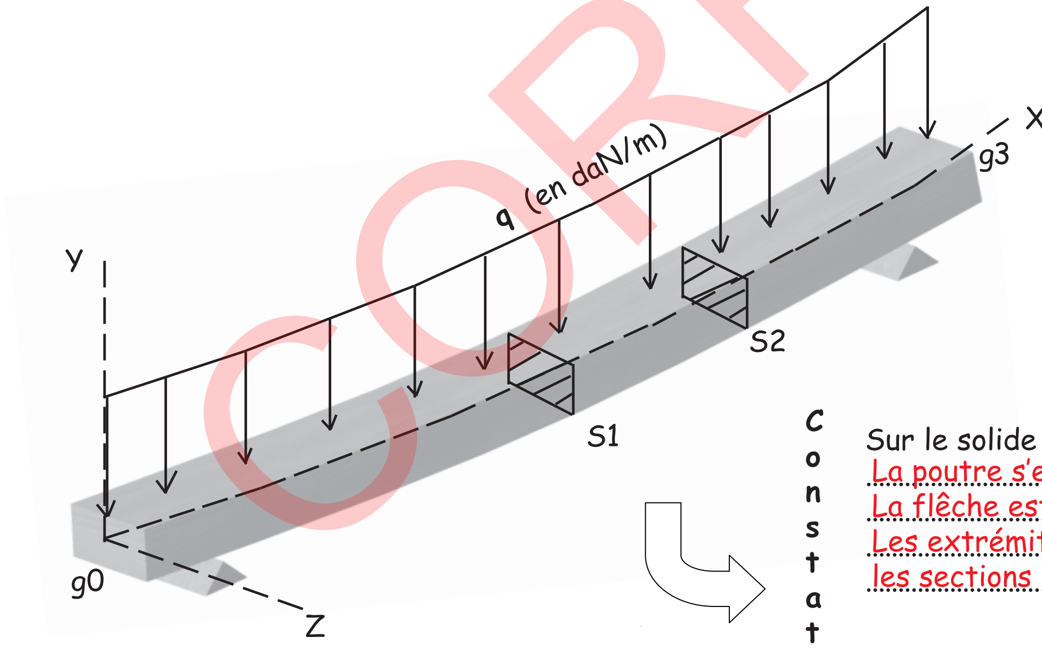
1 - Expérience sur un solide



Hypothèses

Sur le solide =
Il repose sur 2 appuis
Sa section est constante
Il est en équilibre

Sur les forces =
La charge q est uniformément répartie
Elle est équivalente à une charge ponctuelle P = q x L

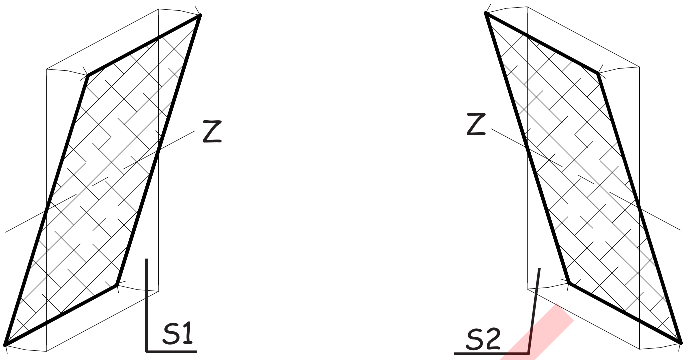


Constatations

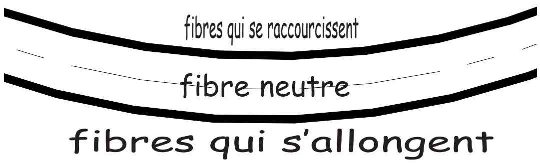
Sur le solide =
La poutre s'est déformée
La flêche est maximale au milieu
Les extrémités ont basculé
les sections S1 et S2 ont basculé

Sur les fibres =
La fibre moyenne g0 g3 est restée de même longueur c'est la fibre neutre
Les fibres situées au dessus se sont raccourcies
Les fibres situées au dessous se sont allongées

Conséquences

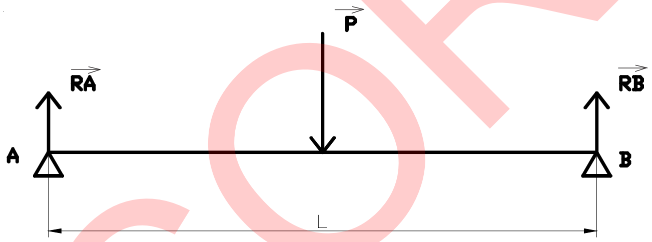


Les sections droites S1 et S2 verticales avant la charge restent planes mais elles ont basculé inversement



Les fibres raccourcies se sont comprimées
Les fibres allongées se sont tendues
Les fibres s'allongent ou se raccourcissent proportionnellement à leur distance à la fibre neutre.

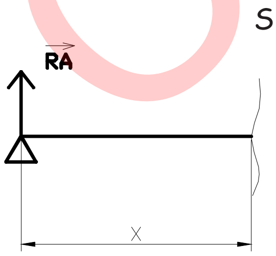
2 - Le moment fléchissant

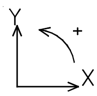


Réactions aux appuis :

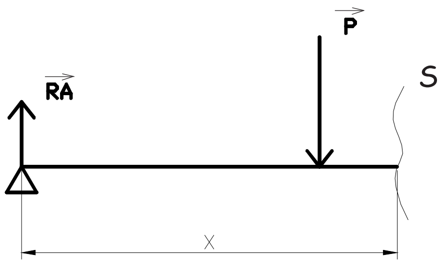
RA = P / 2
RB = P / 2

On appelle *Moment fléchissant* dans une section S quelconque la La somme algébrique des moments / à cette section de toutes les forces situées à gauche de cette section (en N . mm)





$Mf_{/s} = -RA \cdot x = -\frac{P}{2} \cdot x$



$Mf_{/s} = -RA \cdot x + P \cdot (x-L/2)$

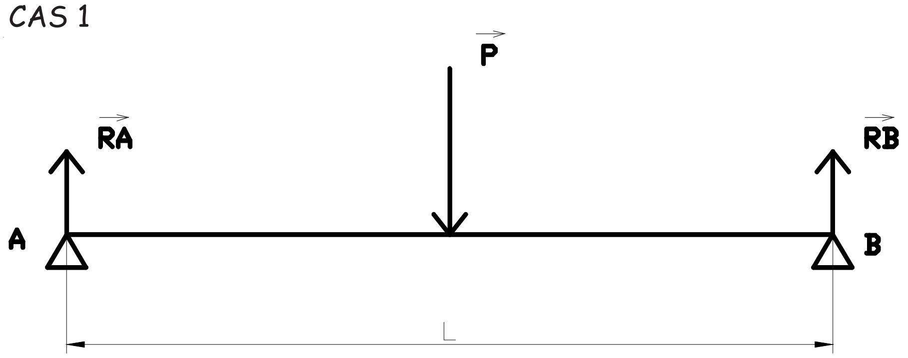
$Mf_{/s} = -\frac{P}{2} \cdot x + P \cdot x - P \cdot \frac{L}{2}$

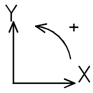
$Mf_{/s} = -\frac{P}{2} \cdot x + \frac{2P}{2} \cdot x - P \cdot \frac{L}{2}$

$Mf_{/s} = \frac{P}{2} \cdot x - \frac{P}{2} \cdot L$

3 - Applications numériques

1) CAS 1





L = 4 m
P = 1 000 N

a) Déterminer RA et RB

RA + RB = P = 1000 N
RA = P/2 = 1000/2= 500 N
RB = P/2 = 1000/2= 500 N

Tracer sur un diagramme les différentes valeurs du moment fléchissant

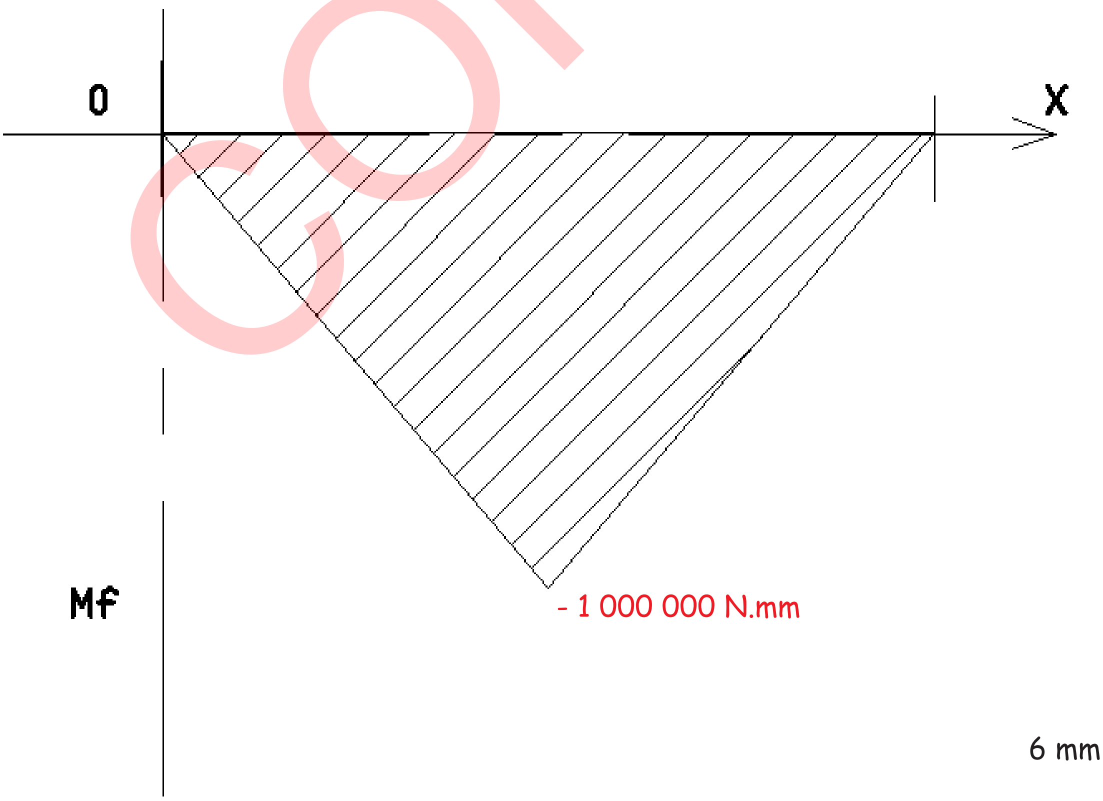
b) si x =0 Mf = 0 N.mm

c) si x < L/2 Mf = -RA . x = -(P/2) . x = -500 . x N.mm

d) si x = L/2 Mf = -500 . 2 000 = -1 000 000 N.mm

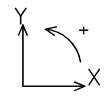
e) si x > L/2 Mf = - RA . x + P . (x - L/2) = - P/2 . x + P . (x - L/2)
Mf = - 500 . x + 1 000 (x-2 000)
Mf = 500 . x - 2 000 000 N.mm

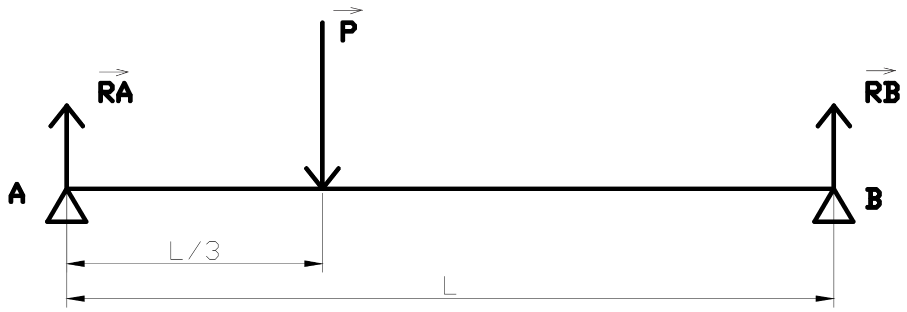
f) si x = L
Mf = 500 . 4 000 - 2 000 000 = 0 N.mm



6 mm = 100 000 N.mm

2) CAS 2





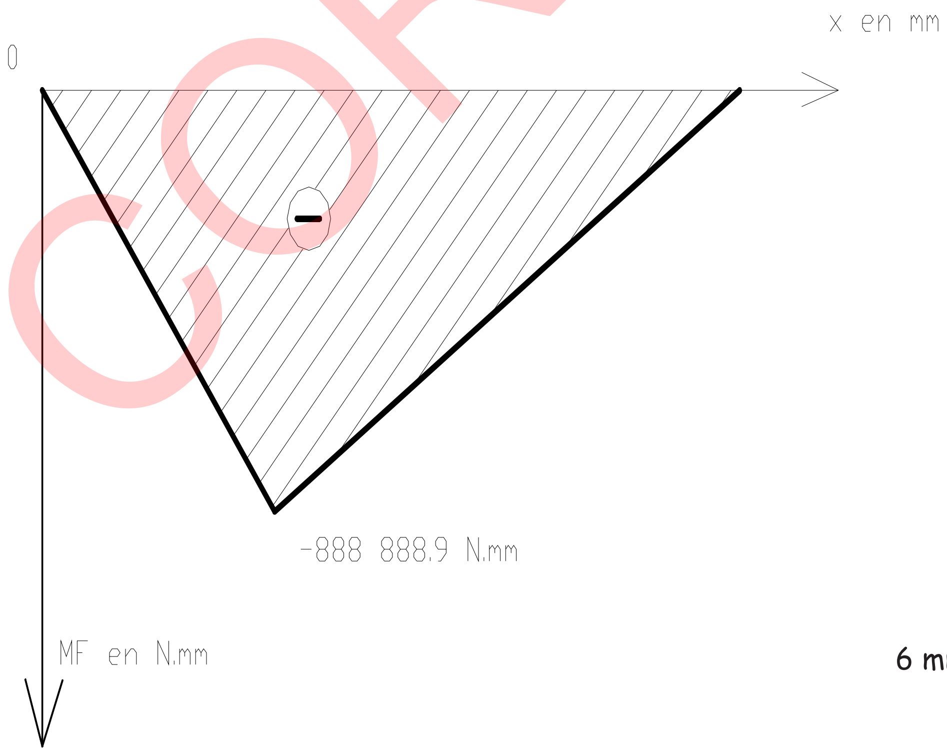
L = 4 m
P = 1 000 N

1- Déterminer les valeurs de RA et RB

RA + RB = P = 1000 N
RA = (2/3) . P = 2000/3 = 666.7 N
RB = (1/3) . P = 1000/3 = 333.3 N

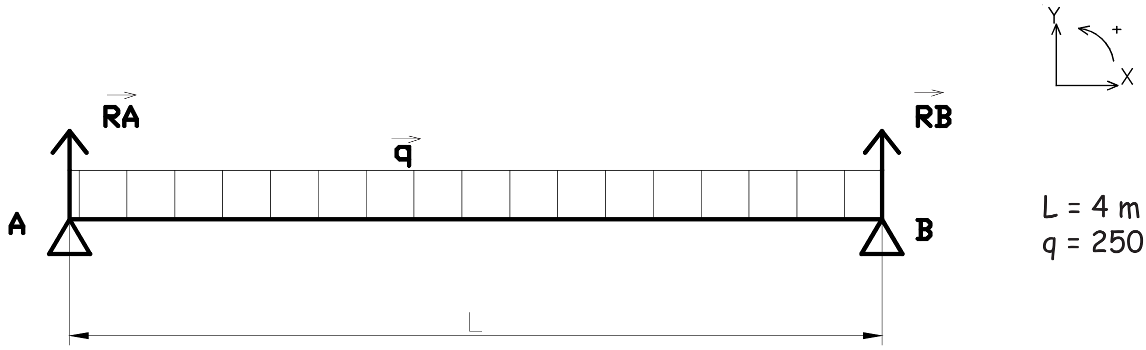
2 - Tracer sur un diagramme les différentes valeurs du moment fléchissant

a) si x = 0	Mf = 0 N.mm
b) si x < L/3	Mf = -RA . x = -(2.P/3) . x = -666.7 . x N.mm
c) si x = L/3	Mf = -(2.P/3) . L/3 = -2.P.L/9 = -888 888.9 N.mm
d) si L/3 < x < L	Mf = -RA . x + P . (x - L/3) = P . (x - L) / 3 = 333.3 . x -1333 333 N.mm
e) si x = L	Mf = 0 N.mm



6 mm = 100 000 N.mm

3) CAS 3



L = 4 m
q = 250 N/m

a) Déterminer RA et RB $RA = (q \,.\, L /2) = (250 \,.\, 4.00) /2 = 500$ N
$RB = (q \,.\, L /2) = (250 \,.\, 4.00) /2 = 500$ N

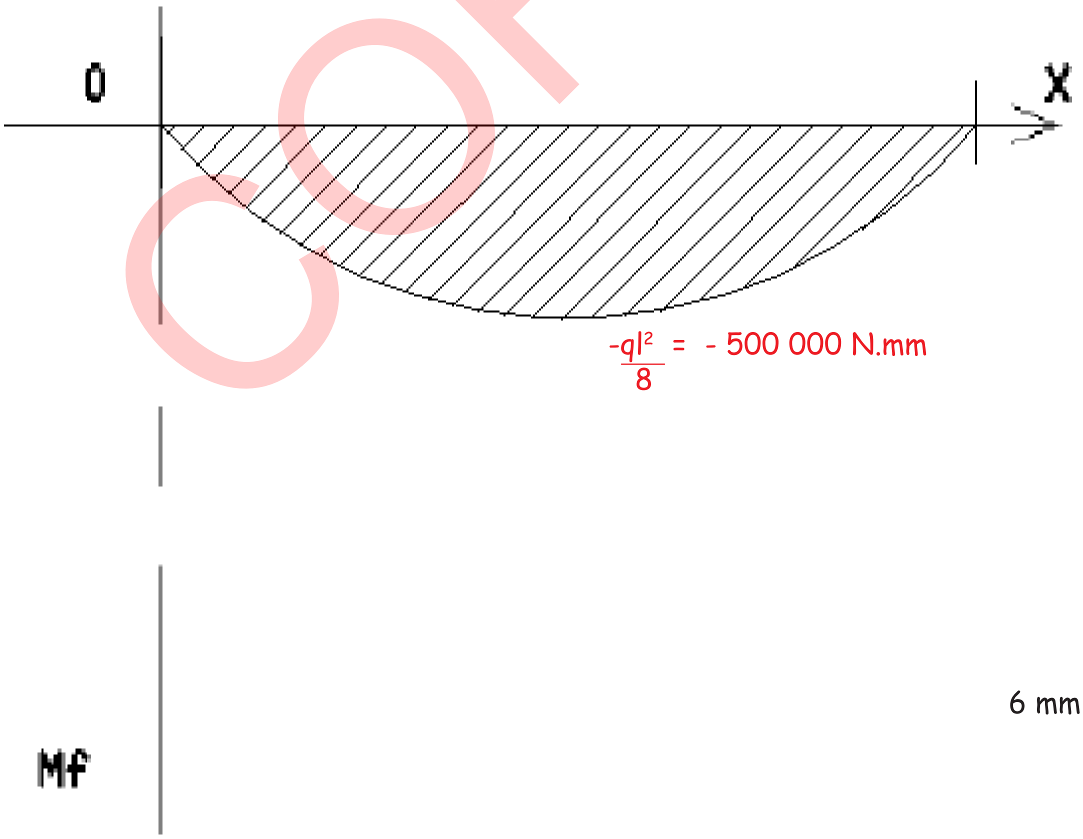
Tracer sur un diagramme les différentes valeurs du moment fléchissant

b) si x =0 Mf = 0 N.mm

c) si x < L $Mf = -RA \,.\, x + (q \,.\, x) \,.\, x/2 = -((q \,.\, L)/2) \,.\, x + (q \,.\, x) \,.\, x/2$
$Mf = -((q \,.\, L)/2) \,.\, x + (q \,.\, x^2)/2 = -500\, x + 125\, x^2$

d) si x = L/2 $Mf = -((q \,.\, L)/2) \,.\, x + (q \,.\, (L/2)^2)/2 = -(q.L^2)/8 = -500\,000$ N.mm

e) si x = L Mf = 0 N.mm

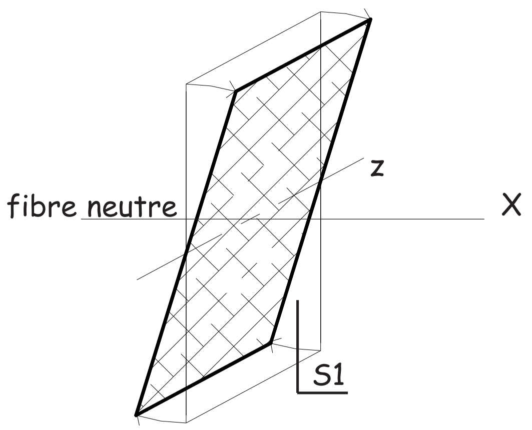


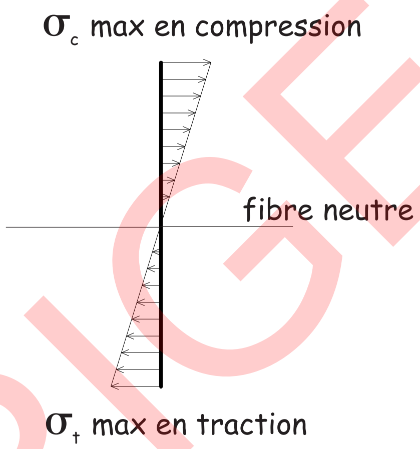
6 mm = 100 000 N.mm

3 - Diagramme des contraintes

- Nous savons que : plus on s'éloigne de la fibre neutre plus les fibres se tendent ou se raccourcissent

- Nous pouvons admettre que : les contraintes sont proportionnelles à la distance 'y' qui les sépare de la fibre neutre.
Les contraintes normales sont réparties suivant le diagramme ci-dessous :





Expression algébrique de σ pour une section A située à une distance x

$$\sigma_x = \frac{Mf}{I_{x'x}} \cdot y$$

avec

σ_x = Contrainte normale de compression ou de traction dans la section considérée et à une distance y de l'axe neutre en MPa

Mf = Moment fléchissant dans la section considérée en N.mm

$I_{x'x}$ = Moment d'inertie (ou quadratique) de la section considérée en mm^4

y = Distance séparant la fibre considérée à la fibre neutre en mm

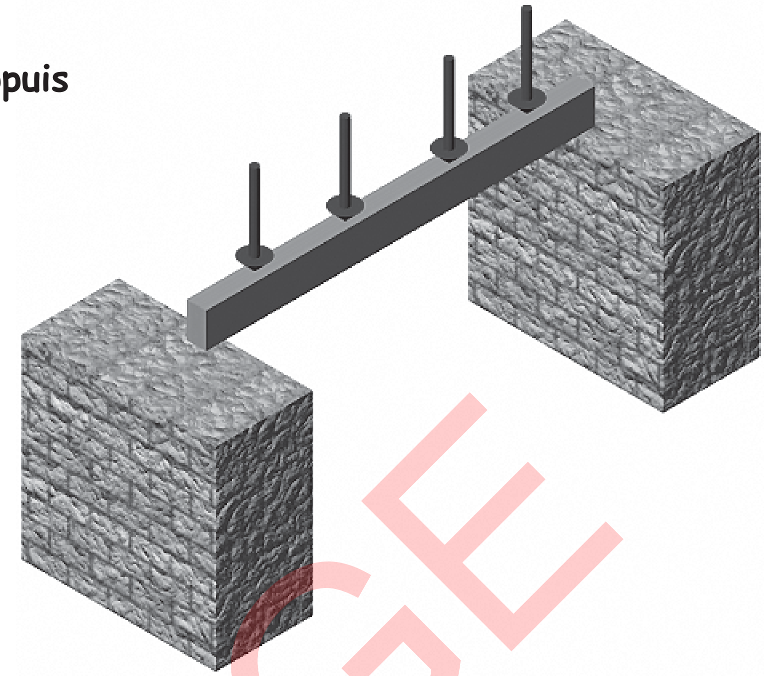
Remarque : La contrainte est maximale sur les fibres extérieures c'est à dire pour y=h/2 remplacé par la lettre v

La contrainte est maximale quand Mf est maximal

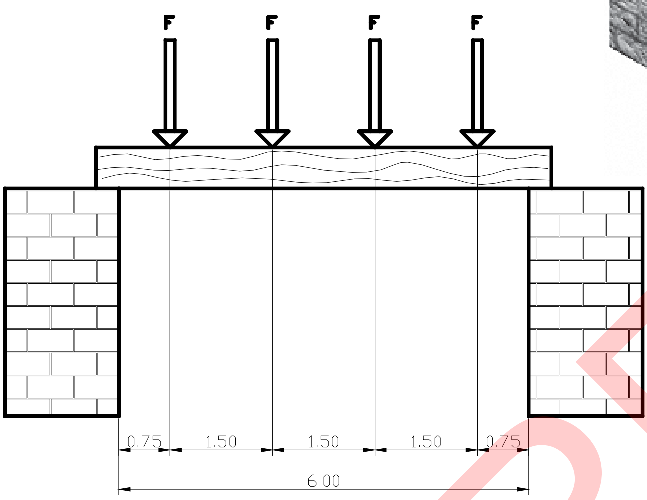
$$\sigma_{max} = \frac{Mf_{max}}{I_{x'x}/v}$$

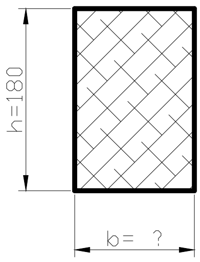
4 - Exercices d'application

Poutre en bois sur deux appuis



F = 2000 N





But : dimensionner correctement la poutre connaissant sa hauteur.
Bois résineux - catégorie II

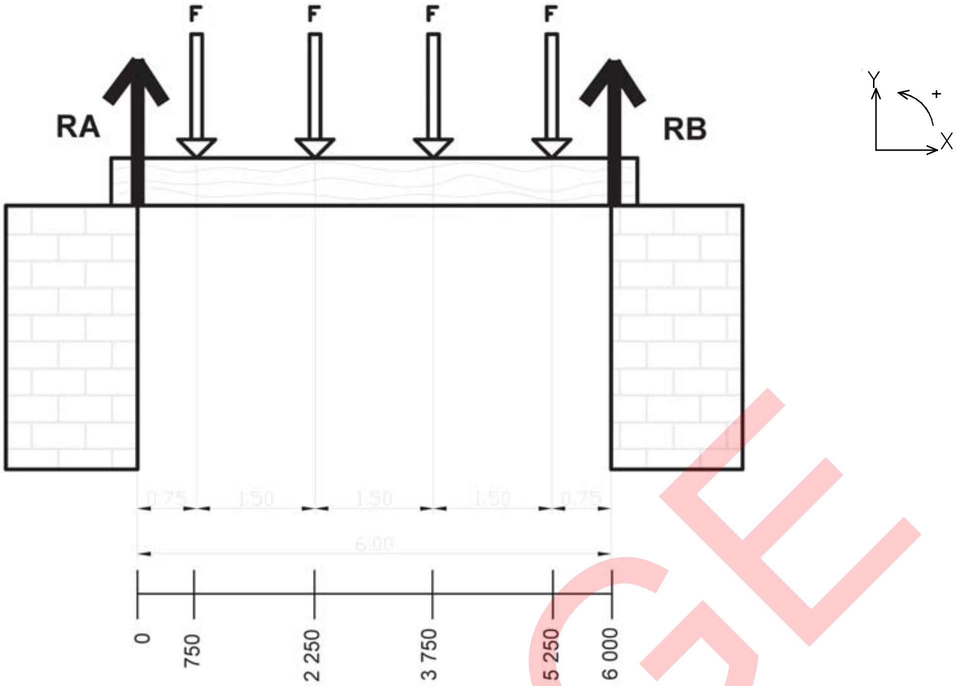
Pour le bois on parle de contraintes admissibles.
Elles sont variables selon l'essence du bois, selon sa catégorie;

	Contraintes de base (bois sans défaut)		Contraintes admissibles forfaitaires					
			Catégorie I		Catégorie II		Catégorie III	
	Chêne	Résineux	Chêne	Résineux	Chêne	Résineux	Chêne	Résineux
Flexion Statique σf en MPa	21,2	20,2	14,7	14,2	12,5	10,9	10,9	8,7

De plus il faut appliquer un coefficient dégressif selon la hauteur de la section

Hauteur (mm)	300	260	230	200	180	150	110	80
Coefficient	0.80	0.85	0.90	0.93	0.96	1.00	1.10	1.20
Hauteur (mm)	60	50	40	30	20			
Coefficient	1.30	1.45	1.60	1.80	2.00			

CORRIGE



1 - REACTIONS D'APPUIS

RA = RB = 4.F/2 = 2.F = 2 . 2 000 = 4 000 N

2 - MOMENTS FLECHISSANTS

Si x = 0 — Mf = 0 N.mm

Si x < 750 — Mf = - RA.x
Mf = - 4 000.x N.mm

Si 750 < x < 2 250 — Mf = - RA.x + F.(x-750)
Mf = - 4 000.x + 2 000.x - 1 500 000
Mf = - 2 000.x - 1 500 000 N.mm

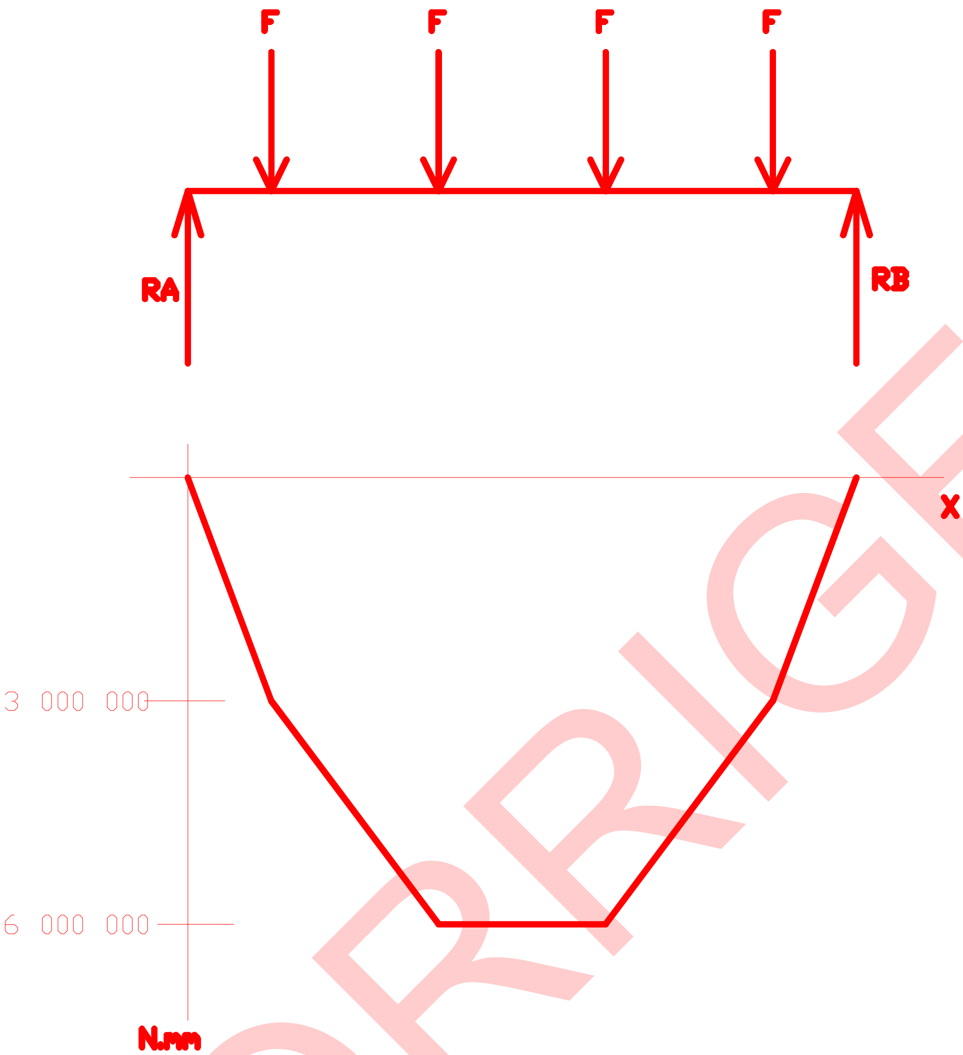
Si 2 250 < x < 3 750 — Mf = - RA.x + F.(x-750) + F.(x-2250)
Mf = - 4 000.x + 2 000.x - 1 500 000 + 2 000.x - 4 500 000
Mf = - 6 000 000 N.mm

Si 3 750 < x < 5 250 — Mf = - RA.x + F.(x-750) + F.(x-2250) + F.(x-3750)
Mf = - 4 000.x + 2 000.x - 1 500 000 + 2 000.x - 4 500 000 + 2 000.x - 7 500 000
Mf = 2 000.x - 13 500 000 N.mm

Si 5 250 < x < 6 000 — Mf = - RA.x + F.(x-750) + F.(x-2250) + F.(x-3750) + F.(x-5 250)
Mf = - 4 000.x + 2 000.x - 1 500 000 + 2 000.x - 4 500 000 + 2 000.x - 7 500 000 + 2 000.x - 10 500 000
Mf = 4 000.x - 24 000 000 N.mm

Si x = 6000 — Mf = 0 N.mm

3 - DIAGRAMME DES MOMENTS FLECHISSANTS



4 - CONTRAINTE MAXIMUM ADMISSIBLE

D'après tableau bois résineux, catégorie II σf = 10.9 MPa

h = 180 mm => Coefficient 0.96

$\sigma max = 10.9 \times 0.96 = 10.464$ MPa (N/mm²)

5 - MOMENT D'INERTIE

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{b \,.\, 180^3}{12} = b \,.\, 486\,000 \text{ mm}^2$$

6 - CONTRAINTE REELLE

$\sigma = \dfrac{Mf}{I/v}$ avec Mf max = 6 000 000 N.mm

$I = b \cdot 486\,000\ mm^2$

$v = h/2 = 180/2 = 90$ mm

Vérifier que la contrainte réelle σ soit inférieure à la contrainte admissible σf

$\sigma < \sigma f$ Soit $\dfrac{6\,000\,000}{(b.486\,000/90)} < 10.464$

donc $\dfrac{6\,000\,000}{(10.464.486\,000/90)} < b$

Conclusion **b > 106.184 mm**

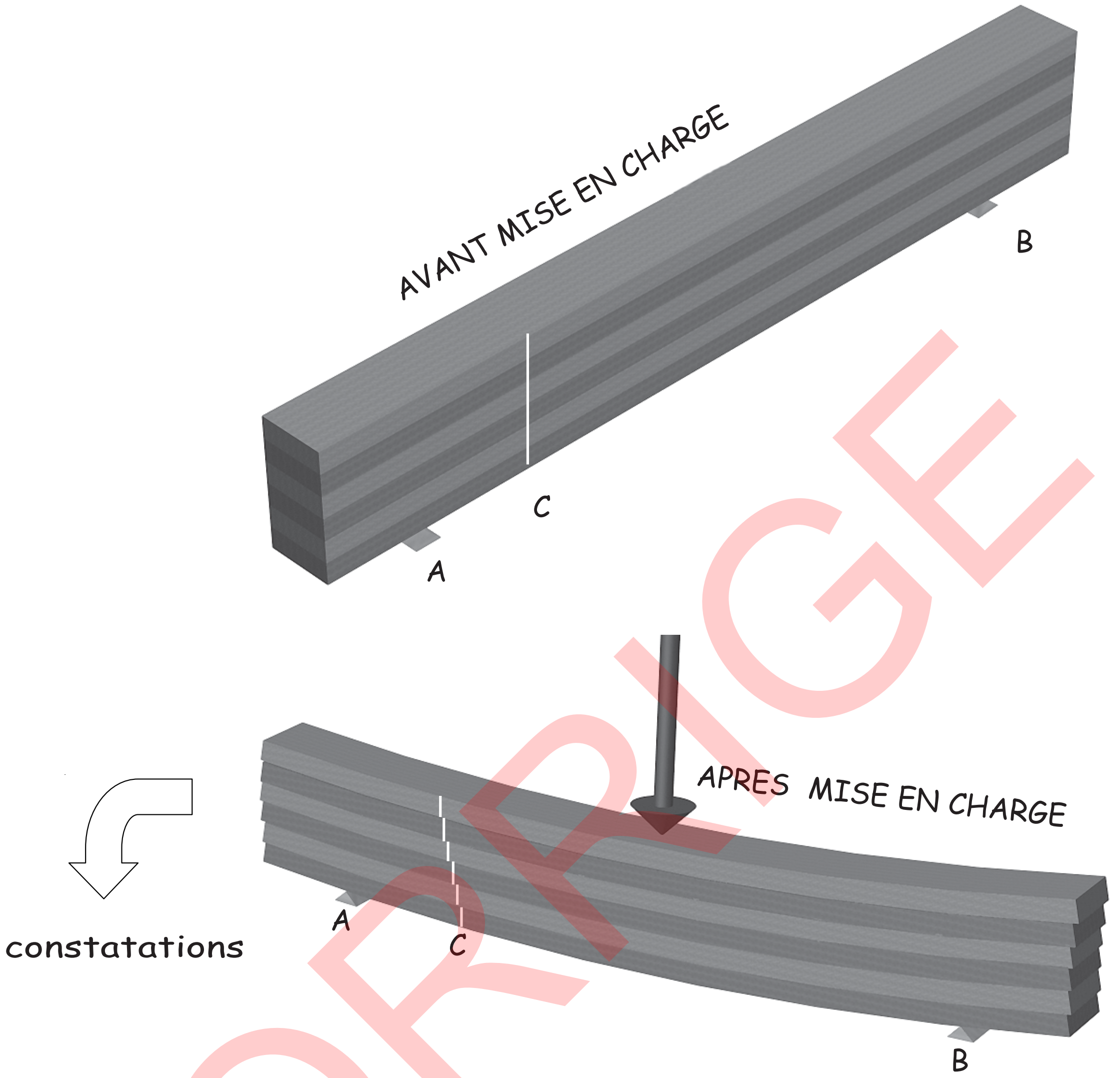
7 - VERIFICATION AVEC b = 110 mm

$I = 110 \times 486\,000 = 53\,460\,000\ mm^2$

$\sigma = \dfrac{6\,000\,000}{(53\,460\,000/90)} = 10.10$ MPa $< \sigma f$

CONTRAINTE DE CISAILLEMENT EN FLEXION SIMPLE

1 - Expérience sur un solide

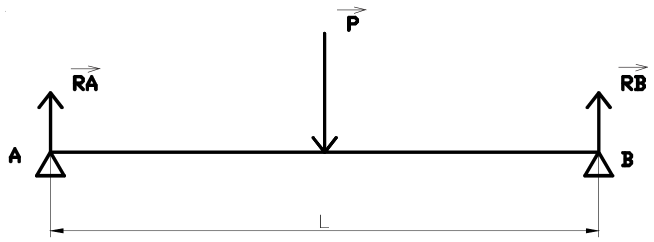


Dans le cas d'une poutre monobloc Les sections terminales restent planes.
Elles ont basculé (voir cours flexion).

Dans le cas d'une poutre «feuilletée»
Les sections A et B ont pris l'allure "d'escalier"
Il en est de même pour une section C tracée à l'avance
Ceci provient de ce que chaque feuille glisse par rapport aux autres dans le sens longitudinal

De même pour une poutre monobloc
Au cours de la déformation par flexion, il existe une tendance à la formation de plans de glissement.
C'est ce qu'on appelle l'effort tranchant

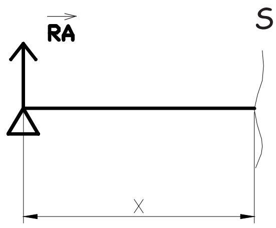
2 - L'effort tranchant

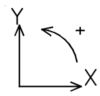


Réactions aux appuis :

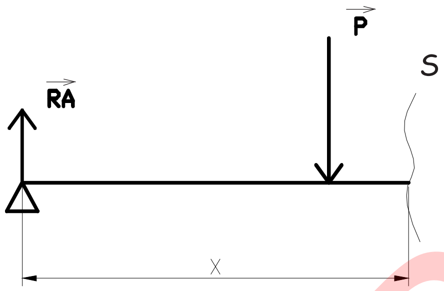
RA = P / 2
RB = P / 2

On appelle *effort tranchant* dans une section S quelconque la
La somme algébrique des forces situées à gauche de cette section (en N)



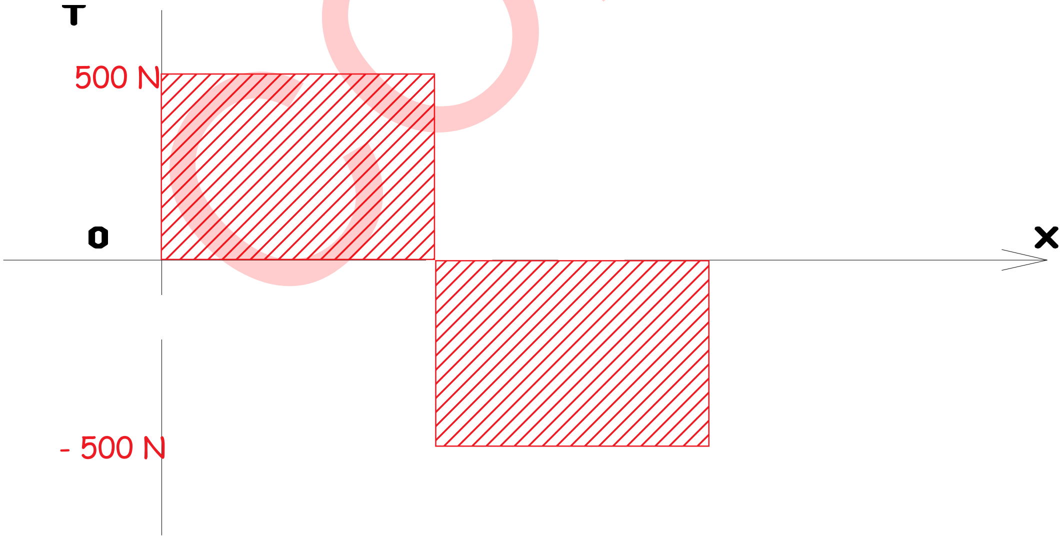


T = RA = P/2



T = RA - P = P/2 - P = -P/2

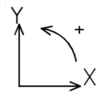
Tracer sur un diagramme les différentes valeurs de l'effort tranchant
L = 4 m P = 1 000 N

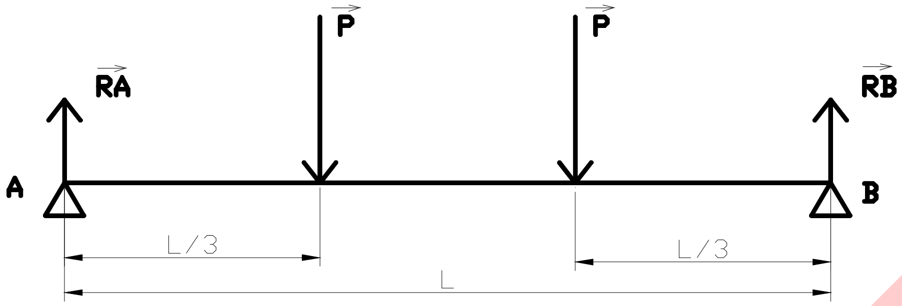


5 mm = 100 N
10 mm = 0,5 ml

3 - Applications numériques

1) CAS 1





L = 4 m
P = 500 N

a) Déterminer RA et RB

RA = RB = (P + P) / 2 = P
RA = RB = 500 N

Tracer sur un diagramme les différentes valeurs de l'effort tranchant

b) si x < L/3

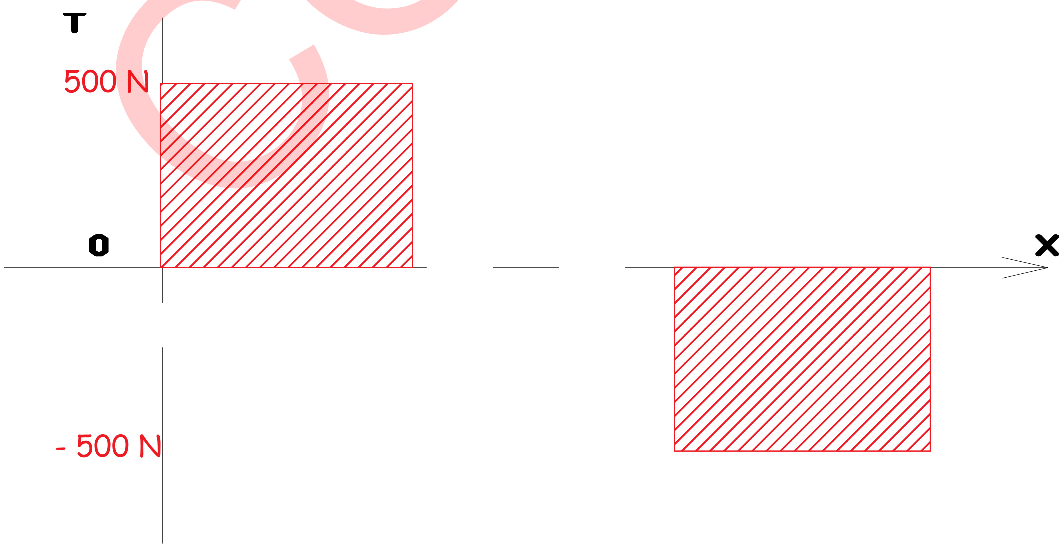
T = RA = P = 500 N

c) si L/3 < x < 2L/3

T = RA - P = P - P = 0 N

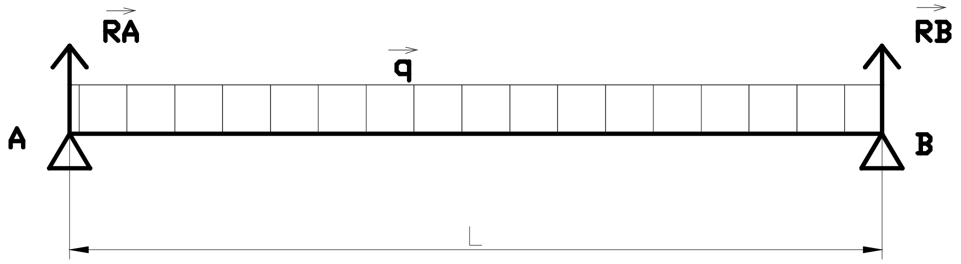
c) si 2L/3 < x < L

T = RA - P - P = P - P - P = - P = -500 N



5 mm = 100 N

2) CAS 2



L = 4 m
q = 250 N/m

a) Déterminer RA et RB

RA = (q . L /2) = (250 . 4.00) /2 = 500 N
RB = (q . L /2) = (250 . 4.00) /2 = 500 N

Tracer sur un diagramme les différentes valeurs de l'effort tranchant

b) si x < L

T = RA - q . x = 500 - 250 . x

c) si x =0

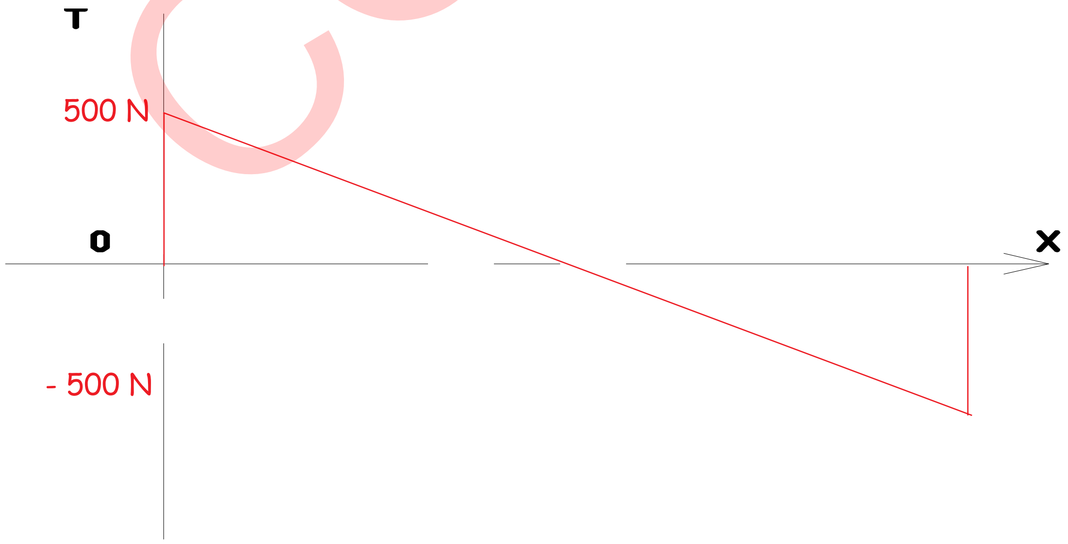
T = RA - q . x = 500 - 250 . x = 500 N

c) si x = L/2

T = RA - q . x = 500 - 250 . x = 500 - 250 . 4/2 = 0 N

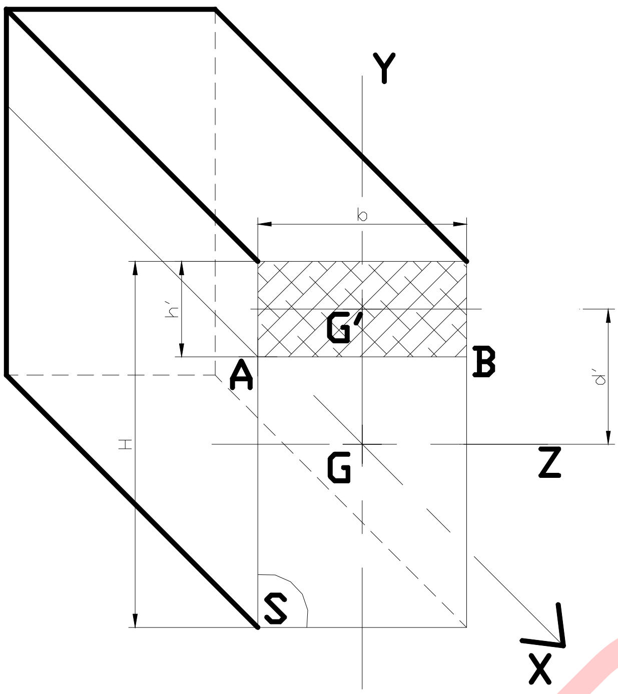
d) si x =L

T = RA - q . x = 500 - 250 . x = 500 - 250 . 4 = -500 N



5 mm = 100 N

4 - Valeur des contraintes



L'expression algébrique de la contrainte de cisaillement τ_z le long d'une ligne AB se calcule par rapport à l'axe neutre

$$\boxed{\tau_z = \frac{T}{b} \frac{Ms}{I_{z'z}}}$$

avec

τ_z = Contrainte de cisaillement le long de AB pour la section S considérée (en MPa)

T = Effort tranchant pour la section considérée (en N)

Ms = Moment statique pour la portion de section située au dessus (ou en dessous) de la ligne AB (en mm^3)

$I_{z'z}$ = Moment d'inertie (ou quadratique) de la section S considérée (en mm^4)

b = Largeur de la section S considérée (en mm)

5 - Vérification de contrainte

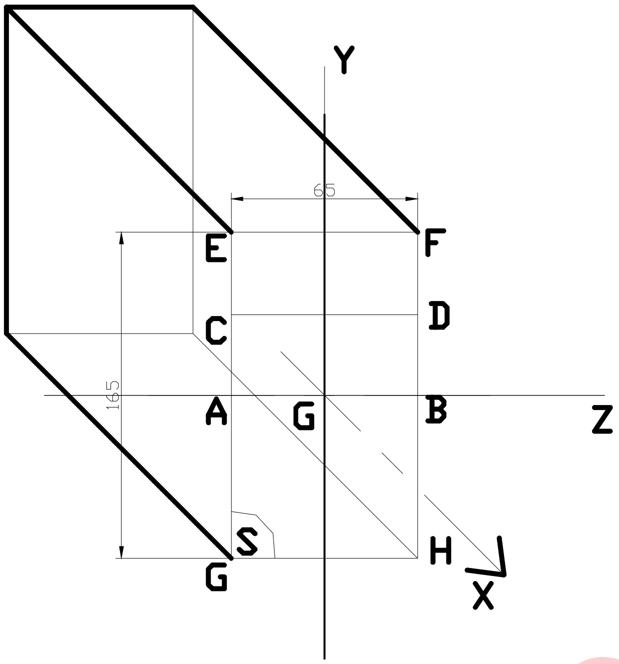
Vérification d'une fibre soumise à la contrainte de cisaillement longitudinale

soit σe = limite d'élasticité du matériau utilisé

il faut vérifier que

$$\boxed{\tau_z \leqslant 65\% . \sigma e}$$

6 - Application à une poutre rectangulaire



Tracer le diagramme des contraintes de cisaillement pour cette section rectangulaire

S = 65 x 165 mm

T = 31250 N

Le point C milieu de AE
Le point D milieu de BF

Calculer $I_{z'z}$ pour la section S :

$$I_{z'z} = \frac{b\ h^3}{12} = \frac{65\ .\ 165^3}{12} = 24\ 332\ 344\ \text{mm}^4$$

Calculer τ_z le long de la ligne AB :

$$Ms = \frac{b\ h^2}{8} = \frac{65\ .\ 165^2}{8} = 221\ 203\ \text{mm}^3$$ voir cours niveau 1 page 46

$$\tau_z = \frac{T\ Ms}{b\ I_{z'z}} = \frac{31\ 250\ .\ 221\ 203}{65\ .\ 24\ 332\ 344} = 4.37\ \text{MPa}$$

Calculer τ_z le long de la ligne CD :

$$Ms = S \times Y_g = \frac{(b\ .\ h)}{4} \times \frac{(3\ .\ h)}{4\ \ 2} = \frac{3\ b\ h^2}{32}$$

$$Ms = \frac{3\ .\ 65\ .\ 165^2}{32} = 165\ 902\ \text{mm}^3$$

$$\tau_z = \frac{T\ Ms}{b\ I_{z'z}} = \frac{31\ 250\ .\ 165\ 902}{65\ .\ 24\ 332\ 344} = 3.28\ \text{MPa}$$

Calculer τ_z le long de la ligne EF :

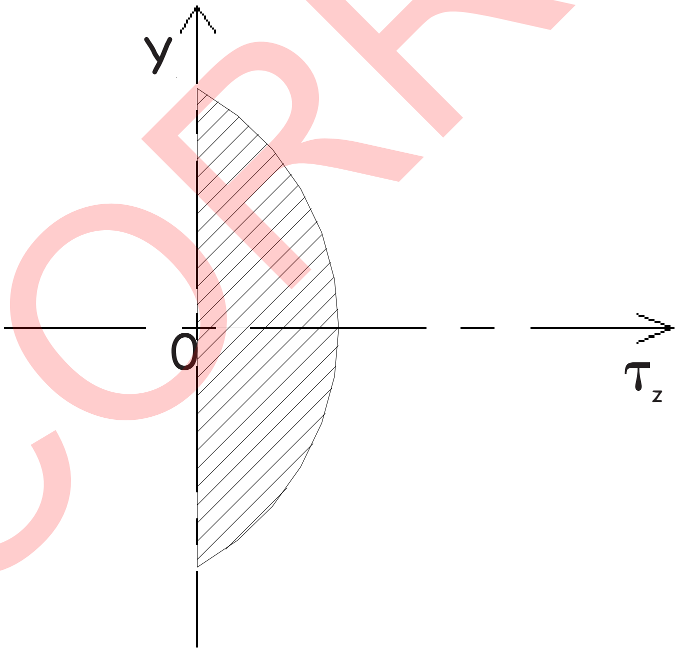
$Ms = 0\ mm^3$

$\tau_z = \dfrac{T\ Ms}{b\ I_{z'z}} = 0\ MPa$

Calculer τ_z le long de la ligne GH :

$Ms = 0\ mm^3$

$\tau_z = \dfrac{T\ Ms}{b\ I_{z'z}} = 0\ MPa$

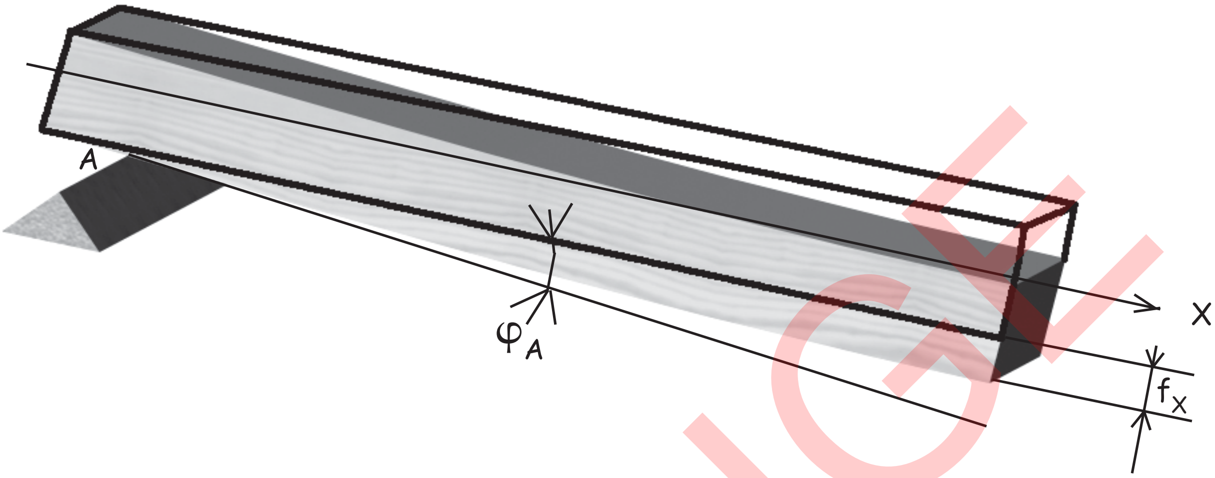


Conclusion : τ_{maxi} est situé au niveau de la fibre neutre
car c'est la fibre qui résiste le plus aux efforts de cisaillement
et qui reste de longueur invariable.

$\tau_{maxi} = \dfrac{3}{2}\dfrac{T}{b\ h}$ pour les sections rectangulaires seulement

LES DEFORMEES EN FLEXION SIMPLE

1 - Définition



On appelle «DEFORMEE» Le lieu de l'ensemble des centres de gravité des sections droites après application des charges

La résistance des matériaux en tire 2 dimensions caractéristiques :

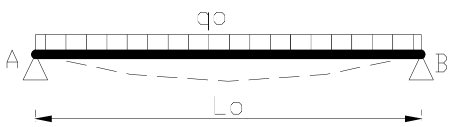
La flêche fx

La rotation aux appuis φ_A et φ_B

2 - Pourquoi limiter les déformées

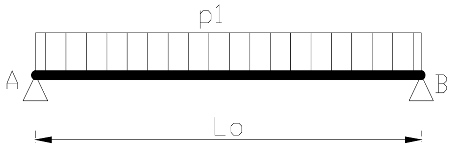
D'un point de vue esthétique ==> la courbure
D'un point de vue revêtement ==> Tenue du revêtement
D'un point de vue étanchéité ==> la toiture

3 - Expérimentation



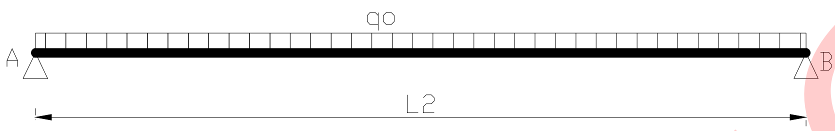
Lo qo Io Eo

Flêche f0



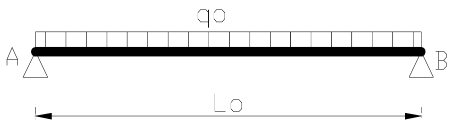
Lo Io Eo p1=2qo

f1 = 2. f0



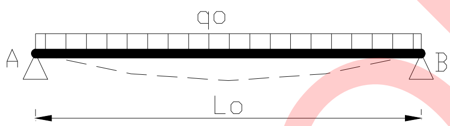
qo Io Eo L2=2Lo

$f2 = 2^4 . f0 = 16 . f0$



Lo qo Eo I3=Io/2

f3 = 2 . f0 = 2 . f0



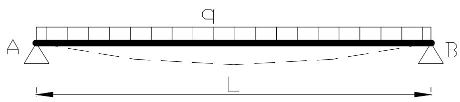
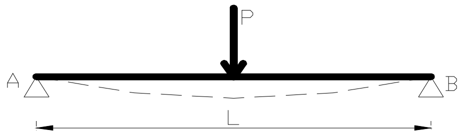
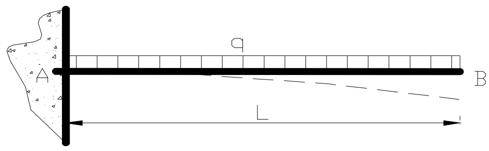
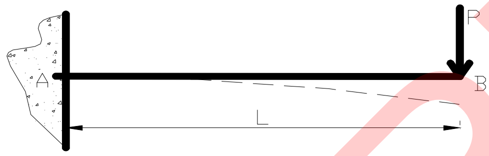
Lo qo Io E4=Eo/2

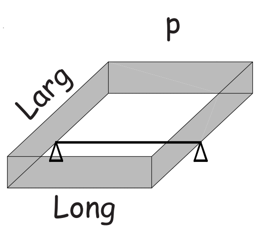
f4 = 2 . f0

4 - De quoi dépendent la flêche et la rotation ?

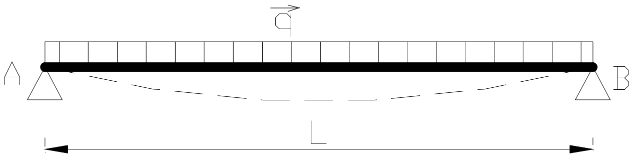
De la charge et du cas - Ponctuel ou répartie	P en N q en N/mm
De la longueur de la poutre	L en mm
Du matériau utilisé	E en MPa
De la section droite - formes et dimensions	$I_{x'x}$ en mm^4

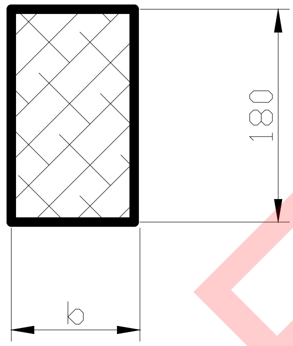
5 - Quelques cas de charges

CAS DE CHARGE	$\varphi_A \quad \varphi_B$	Mf max	f max
	$\frac{qL^3}{24\,EI}$	$\frac{qL^2}{8}$	$\frac{-5\,qL^4}{384\,EI}$
	$\frac{PL^2}{16\,EI}$	$\frac{PL}{4}$	$\frac{-PL^3}{48\,EI}$
	$\frac{qL^3}{6\,EI}$	$\frac{qL^2}{2}$	$\frac{-qL^4}{8\,EI}$
	$\frac{PL^2}{2\,EI}$	PL	$\frac{-PL^3}{3\,EI}$

Shéma	Définitions	Unités
Descente de charges : 	Charge/m² = $\sum$ des charges / Surface = p Charge/m = q = p x Larg Charge/appui = RA = $\frac{p \times S}{2}$ = $\frac{q \times Long}{2}$	N / m² N / m N

6 - Exercices





q = 2000 N/m

L = 5,50 m

Bois résineux

Catégorie II

Calculer le Moment fléchissant maximum : Nota : 2 000 N/m = 2 N / mm

Mf = (ql²) / 8 = (2 . 5 500²) / 8 = 7 562 500 N mm

Calculer le module de flexion : I / v avec v = h/2 = 180 /2 = 90

avec I = (b . h³) / 12 = (b . 180³) / 12 = 486 000 . b mm⁴

I/v = 486 000 . b / 90 = 5 400 . b

Calculer la largeur b — σe = 10.9 x 0.96 = 10.46 MPa (d'après tableau)

$\sigma = \dfrac{Mf}{I/v}$ avec Mf max = 7 562 500 N.mm

I /v = 5 400 . b

$\sigma \leqslant \sigma e$ 7 562 500/ 5 400 . b ⩽ 10.46 ==> b ⩾ 133.9 mm

Condition de flêche = 1/300e de la portée fc = 5 500 / 300 = 18.33 mm

Calculer la flêche réelle $fr = \dfrac{5 . q . L^4}{384 E . I}$ avec b = 140 mm

q = 2 N/mm L = 5 500 mm

E = 11 800 MPa I = 486 000 . 140 = 68 040 000 mm⁴

$fr = \dfrac{5 . 2 . 5\,500^4}{384 . 11\,800 . 68\,040\,000} = 29.68$ mm

Vérification de la flêche fr ⩽̸ fc

Conclusion

Il faut donc changer de section pas parce qu'elle ne vérifie pas la condition σ ⩽ σe mais parce qu'elle ne vérifie pas la condition de flêche

Exemple pour une section de 210 x 160 mm

Seul I change I = 123 480 000 mm⁴ fr = 16.35 mm

Vérification de la poutre de la page34 à la flêche

condition de flêche maximum

Flêche maxi = 1/400 de la longueur

Flêche maxi = 6 000 / 400 = 15 mm

Calcul de la flêche réelle pour la section 110 x 180

$$\text{Flêche réelle} = \frac{63\ .\ F\ .\ L^3}{1\,000\ .\ E\ .\ I}$$

avec F = 2 000 N
L = 6 000 mm
E = 11 800 MPa
I = 53 460 000 mm^4

$$\text{Flêche réelle} = \frac{63 \times 2\,000 \times 6\,000^3}{1\,000 \times 11\,800 \times 53\,460\,000} = 43.14 \text{ mm}$$

Flêche réelle > Flêche maxi. Il faut donc choisir une autre section

Calcul d'une section qui satisfait Flêche réelle ⩽ Flêche maxi

F = 2 000 N invariable
L = 6 000 mm invariable
E = 11 800 MPa invariable

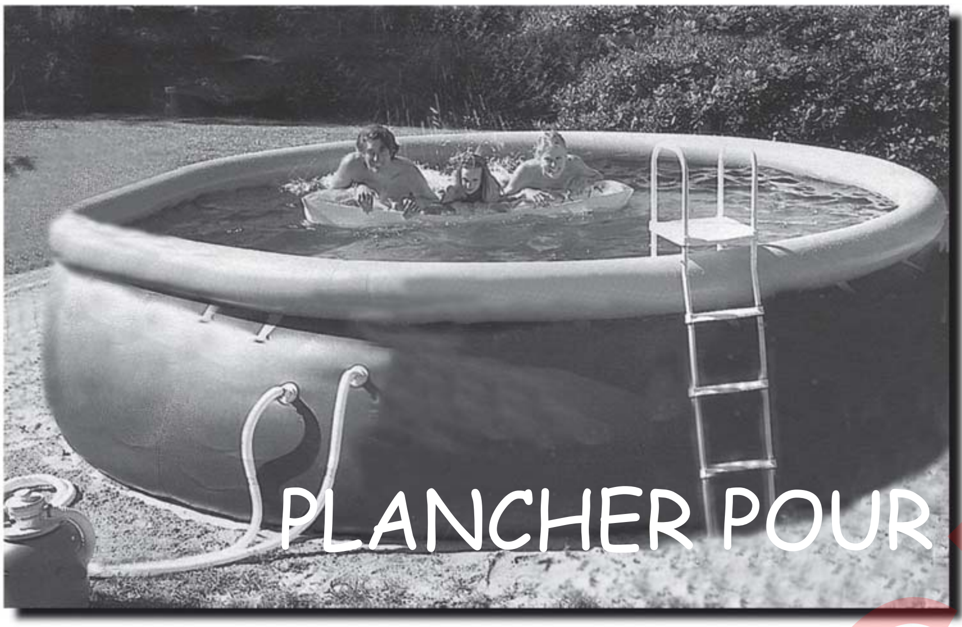
$I = \frac{bh^3}{12}$ Seul I varie en fonction de b et h

$$I \geqslant \frac{63\ .\ F\ .\ L^3}{1\,000\ .\ E\ .\ \text{Flêche maxi}} = \frac{63 \times 2\,000 \times 6\,000^3}{1\,000 \times 11\,800 \times 15} = 153\,762\,712 \text{ mm}^4$$

Si b = 150 mm et h = 200 mm I = 100 000 000 mm^4 Incorrect

Si b = 155 mm et h = 230 mm I = 157 157 083 mm^4 Correct

APPLICATIONS PRATIQUES



PLANCHER POUR PISCINE

Caractéristiques de la piscine :

Diamètre intérieur	=	4500 mm
Hauteur totale	=	910 mm
Hauteur d'eau	=	700 mm
Nombre maxi d'enfants	=	8 (poids total : 250 kg)

Le client désire poser cette piscine sur un plancher bois :

Surface totale du plancher	=	5500 mm x 5500 mm
Structure porteuse	=	3 poutres principales calées sur la sol, X chevrons espacés tous les 500 mm, plancher en planche de 27 mm.
Bois	=	Résineux catégorie II
Flêche admissible	=	1/300ème

TRAVAIL DEMANDÉ :

Déterminer

La charge totale supportée par le plancher.
La charge reprise par chaque chevron.
La charge reprise par chaque poutre.

Calculer la section d'un chevron.
Calculer la section d'une poutre.
Vérifier la condition fleche.

CORRECTION   PLANCHER PISCINE

I) Charge totale supportée par le plancher

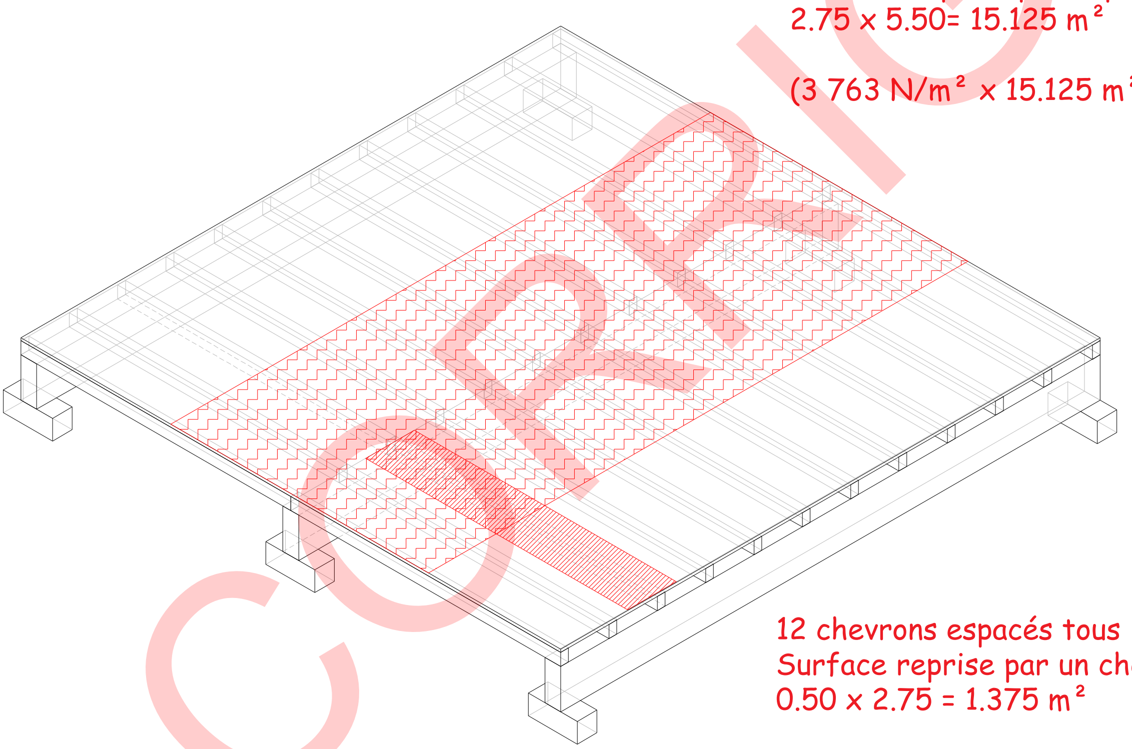
Piscine chargée d'eau Ø 4.50 m   h=0.70 m
=> $(\pi \times r^2 \times h) \times 1\,000$
=> $(\pi \times 2.25^2 \times 0.70) \times 1\,000$
=> 11 133 daN = 111 330 N

Enfants 8 au total => 250 daN = 2 500 N

Total charge => 113 830 N sur 5.50 x 5.50 m = 30.25 m²
=> soit 3 763 N/m²

3 poutres espacées de 2.75 m
Surface reprise par la poutre :
2.75 x 5.50= 15.125 m²

(3 763 N/m² x 15.125 m² = 56 915 N)

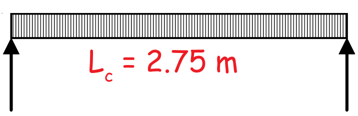


12 chevrons espacés tous les 0.50 m
Surface reprise par un chevron :
0.50 x 2.75 = 1.375 m²

(3 763 N/m² x 1.375 m² = 5 174 N)

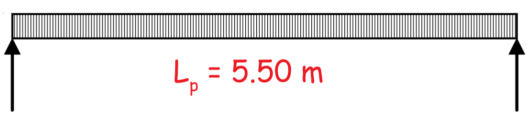
CHEVRON

q_c = 1 881.5 N/m



POUTRE

q_p = 10 348 N/m



Section des bois

a) chevrons

$$Mf_{maxi} = \frac{q_c \cdot L_c^{\,2}}{8} = \frac{1\,881.5 \times 2.750^2}{8} = 1\,778.6 \text{ N.m}$$

$$= \frac{1.8815 \times 2\,750^2}{8} = 1\,778\,605 \text{ N.mm}$$

$\sigma e = 10.9 \times 1.20 = 13.08$ MPa

$$\sigma e \geqslant \frac{Mf_{maxi}}{I/V} \qquad \Rightarrow I/V \geqslant \frac{Mf_{maxi}}{\sigma e}$$

$\Rightarrow$ $I/V \geqslant 1\,778\,605 / 13.08$
$\Rightarrow$ $I/V \geqslant 135\,979$ mm^3

Pour 60 x 80 — $I = (60 \times 80^3) / 12 = 2\,560\,000$ mm^4
$V = 80 / 2 = 40$
$I/V = 64\,000$ mm^3

Pour 80 x 110 — $I = (80 \times 110^3) / 12 = 8\,873\,333$ mm^4
$V = 110 / 2 = 55$
$I/V = 161\,333$ mm^3 donc OK !

Vérification de la flêche 1/300 de la longueur

Flêche maxi $= 2\,750 / 300 = 9.16$ mm

Flêche réelle $= \dfrac{5q_c \cdot L_c^{\,4}}{384\, E\, I}$ avec

$q_c = 1.8815$ N/mm
$L_c = 2\,750$ mm
$E = 11\,800$ MPa
$I = 8\,873\,333$ mm^4

Flêche réelle $= \dfrac{5 \times 1.8815 \times 2\,750^4}{384 \times 11\,800 \times 8\,873\,333}$ $= 13.37$ mm trop de flêche

Pour 80 x 125 seul I change $I = 13\,020\,833$ mm^4

Flêche réelle $= 9.11$ mm donc OK !

SECTION RETENUE POUR LES CHEVRONS 80 x 125 mm

b) poutres

$$Mf_{maxi} = \frac{q_p \cdot L_p^{\,2}}{8} = \frac{10\ 348 \times 5.50^2}{8} = 39\ 128 \text{ N.m}$$

$$= \frac{10.348 \times 5\ 500^2}{8} = 39\ 128\ 375 \text{ N.mm}$$

$\sigma e = 10.9 \times 0.85 = 9.265$ MPa

$$\sigma e \geqslant \frac{Mf_{maxi}}{I/V} \Rightarrow I/V \geqslant \frac{Mf_{maxi}}{\sigma e}$$

$\Rightarrow I/V \geqslant 39\ 128\ 375 / 9.265$
$\Rightarrow I/V \geqslant 4\ 223\ 246 \text{ mm}^3$

Pour 150 x 250 — $I = (150 \times 250^3) / 12 = 195\ 312\ 500 \text{ mm}^4$
$V = 250 / 2 = 125$
$I/V = 1\ 562\ 500 \text{ mm}^3$

Pour 150 x 300 — $I = (150 \times 300^3) / 12 = 337\ 500\ 000 \text{ mm}^4$
$V = 300 / 2 = 150$
$I/V = 2\ 250\ 000 \text{ mm}^3$

Pour 150 x 400 — $I = (150 \times 400^3) / 12 = 800\ 000\ 000 \text{ mm}^4$
$V = 400 / 2 = 200$
$I/V = 4\ 000\ 000 \text{ mm}^3$

Pour 160 x 400 — $I = (160 \times 400^3) / 12 = 853\ 333\ 333 \text{ mm}^4$
$V = 400 / 2 = 200$
$I/V = 4\ 266\ 666 \text{ mm}^3$ donc OK ! (mais poutre énorme)

Vérification de la flêche 1/300 de la longueur

Flêche maxi $= 5\ 500 / 300 = 18.33$ mm

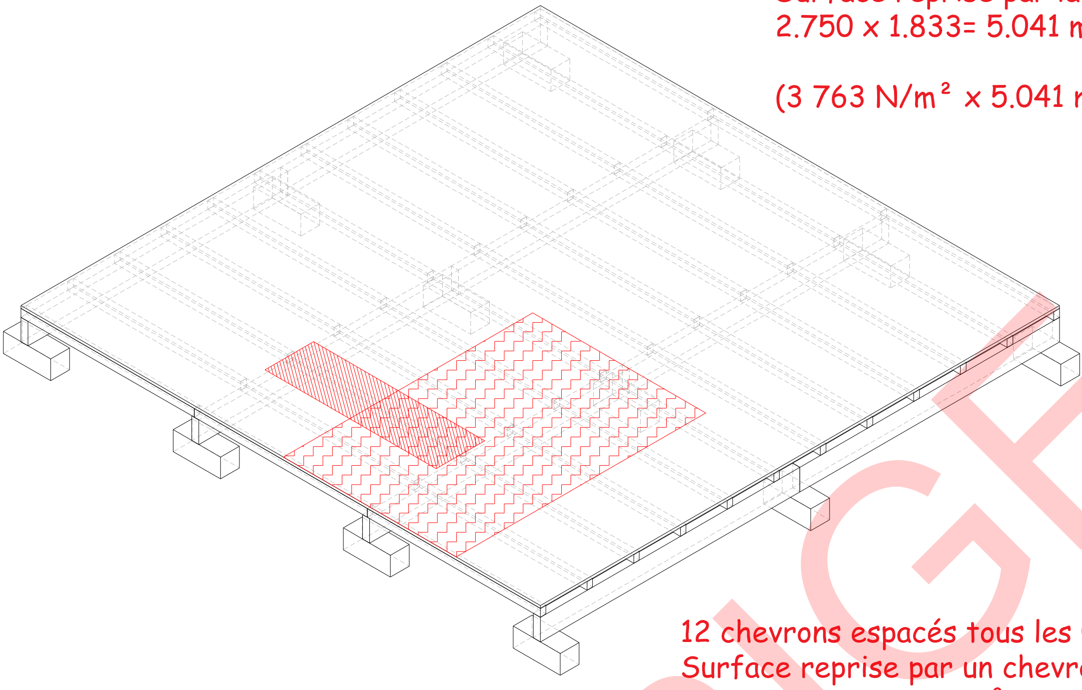
Flêche réelle $= \dfrac{5\ q_p \cdot L_p^{\,4}}{384\ E\ I}$ avec

$q_p = 10.348$ N/mm
$L_p = 5\ 500$ mm
$E = 11\ 800$ MPa
$I = 853\ 333\ 333 \text{ mm}^4$

Flêche réelle $= \dfrac{5 \times 10.348 \times 5\ 500^4}{384 \times 11\ 800 \times 853\ 333\ 333} = 12.24$ mm donc OK !

SECTION RETENUE POUR LES POUTRES 160 x 400 mm
(MAIS SECTION TROP IMPORTANTE)

II) Plancher cas n°2



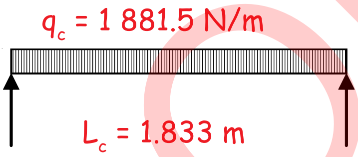
4 poutres espacées de 1.833 m
avec appui intermédiaire
Surface reprise par la poutre :
$2.750 \times 1.833 = 5.041\ m^2$

($3\,763\ N/m^2 \times 5.041\ m^2 = 18\,969\ N$)

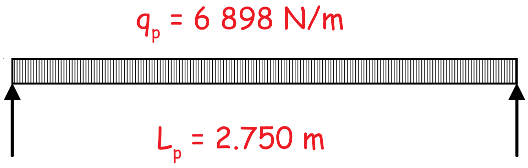
12 chevrons espacés tous les 0.50 m
Surface reprise par un chevron :
$0.50 \times 1.833 = 0.916\ m^2$

($3\,763\ N/m^2 \times 9.165\ m^2 = 3\,449\ N$)

CHEVRON



POUTRE



Section des bois

a) chevrons

$$Mf_{maxi} = \frac{q_c \cdot L_c^2}{8} = \frac{1\,881.5 \times 1.833^2}{8} = 790.2\ N.m$$

$$= \frac{1.8815 \times 1\,833^2}{8} = 790\,204\ N.mm$$

$\sigma e = 10.9 \times 1.20 = 13.08\ N/mm^2$ (MPa)

$$\sigma e \geqslant \frac{Mf_{maxi}}{I/V} \Rightarrow I/V \geqslant \frac{Mf_{maxi}}{\sigma e}$$

$$\Rightarrow I/V \geqslant 790\ 204 / 13.08$$
$$\Rightarrow I/V \geqslant 60\ 413 \text{ mm}^3$$

Pour 60 x 80 — $I = (60 \times 80^3) / 12 = 2\ 560\ 000 \text{ mm}^4$
$V = 80 / 2 = 40$
$I/V = 64\ 000 \text{ mm}^3$ donc OK !

Pour 60 x 90 — $I = (60 \times 90^3) / 12 = 3\ 645\ 000 \text{ mm}^4$
$V = 90 / 2 = 45$
$I/V = 81\ 000 \text{ mm}^3$ donc OK !

Vérification de la flêche 1/300 de la longueur

Flêche maxi = 1 833 / 300 = 6.11 mm

Pour 60 x 80

Flêche réelle $= \dfrac{5\, q_c \,.\, L_c^{\,4}}{384\, E\, I}$ avec $q_c = 1.8815$ N/mm
$L_c = 1\ 833$ mm
$E = 11\ 800$ MPa
$I = 2\ 560\ 000 \text{ mm}^4$

Flêche réelle $= \dfrac{5 \times 1.8815 \times 1\ 833^4}{384 \times 11\ 800 \times 2\ 560\ 000} = 9.15$ mm trop de flêche

Pour 60 x 90 seul I change $I = 3\ 645\ 000 \text{ mm}^4$

Flêche réelle = 6.43 mm on peut considérer comme OK !

SECTION RETENUE POUR LES CHEVRONS 60 x 90 mm

b) poutres

$$Mf_{maxi} = \frac{q_p \,.\, L_p^{\,2}}{8} = \frac{6\ 898 \times 2.75^2}{8} = 6\ 520.7 \text{ N.m}$$

$$= \frac{6.898 \times 2\ 750^2}{8} = 6\ 520\ 766 \text{ N.mm}$$

$\sigma e = 10.9 \times 0.96 = 10.464$ MPa

$$\sigma e \geqslant \frac{Mf_{maxi}}{I/V} \Rightarrow I/V \geqslant \frac{Mf_{maxi}}{\sigma e}$$

$\Rightarrow I/V \geqslant 6\,520\,766 / 10.464$

$\Rightarrow I/V \geqslant 623\,162 \text{ mm}^3$

Pour 75 x 225 $\quad I = (75 \times 225^3) / 12 = 71\,191\,406 \text{ mm}^4$

$V = 225 / 2 = 112.5$

$I/V = 632\,812 \text{ mm}^3$ donc OK !

Vérification de la flêche 1/300 de la longueur

Flêche maxi $= 2\,750 / 300 = 9.16$ mm

Flêche réelle $= \dfrac{5\, q_p \,.\, L_p^{\,4}}{384\, E\, I}$ avec

$q_p = 6.898$ N/mm

$L_p = 2\,750$ mm

$E = 11\,800$ MPa

$I = 71\,191\,406 \text{ mm}^4$

Flêche réelle $= \dfrac{5 \times 6.898 \times 2\,750^4}{384 \times 11\,800 \times 71\,191\,406} = 6.11$ mm donc OK !

SECTION RETENUE POUR LES POUTRES 75 x 225 mm

LIT MEZZANINE

A partir des documents ressources:

1 - Calculer la section des lattes 401, sachant qu'elle sont posées à plat;

Poids des corps maximum	120 kg
Poids du matelas	30 kg

Le poids sera réparti sur toute la surface d'une manière égale (le matelas, bien que mou répartissant la charge).

2 - Vérifier que l'assemblage de la traverse 202 et le pied 102 (double tenon) soit dimensionné correctement; Vérification au cisaillement.

CALCUL D'UNE LATTE

1 - Charges totales

Poids des corps	= 120 kg	= 120 daN	= 1 200 N
Poids du matelas	= 30 kg	= 30 daN	= 300 N
Total	= 150 kg	= 150 daN	= 1 500 N

2 - Surface totale

Largeur	980 -30 -30	= 920 mm	
Longueur	2 000 -40 -40	= 1 920 mm	
Surface totale	920 x 1 920	= 1,766 m^2	= 1 766 400 mm^2

3 - Charge / m^2 ou charge / mm^2

150 daN / 1,766 m^2 = 85 daN / m^2

1 500 N / 1 766 400 mm^2 = 0,00085 N / mm^2

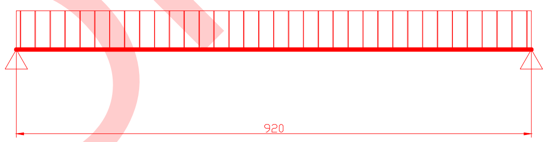
4 - Charge / latte

11 lattes dont 2 aux extrémités ce qui représente 10 entraxes

1 920 / 10 = 192 mm d'entraxes

Chaque latte reprend une surface de 192 x 920 mm

q = 0,16 N / mm ou 16 daN / m



5 - Moment fléchissant maximum

$$Mf\ maxi = \frac{q * l^2}{8} = \frac{0,16 * 920^2}{8} = 16\,928\ N.mm$$

6 - Contrainte maximum

σe = 10.9 MPa avec coefficient 2,2 = 24 MPa

7 - Contrainte de calcul

$$\sigma = \frac{Mf\ maxi}{I/v} \leqslant \sigma e$$

donc $I/v \geqslant Mf\ maxi / \sigma e$ avec $Mf\ maxi = 16\ 928$ N.mm

$\sigma e = 24$ MPa

$I/v \geqslant 705.3\ mm^3$

Latte n°1 50 x 8

$I = bh^3/12 = 2\ 133\ mm^4$

$v = h/2 = 4$ mm

$I/v = 533.25\ mm^3$ Incorrect

Latte n°2 50 x 9

$I = bh^3/12 = 3\ 037\ mm^4$

$v = h/2 = 4.5$ mm

$I/v = 675\ mm^3$ Incorrect

Latte n°3 50 x 10

$I = bh^3/12 = 4\ 167\ mm^4$

$v = h/2 = 5$ mm

$I/v = 833\ mm^3$ Correct

8 - Flêche pour la latte 50 x 10

$$Fc = \frac{5 * q * l^4}{384 * E * I}$$

avec

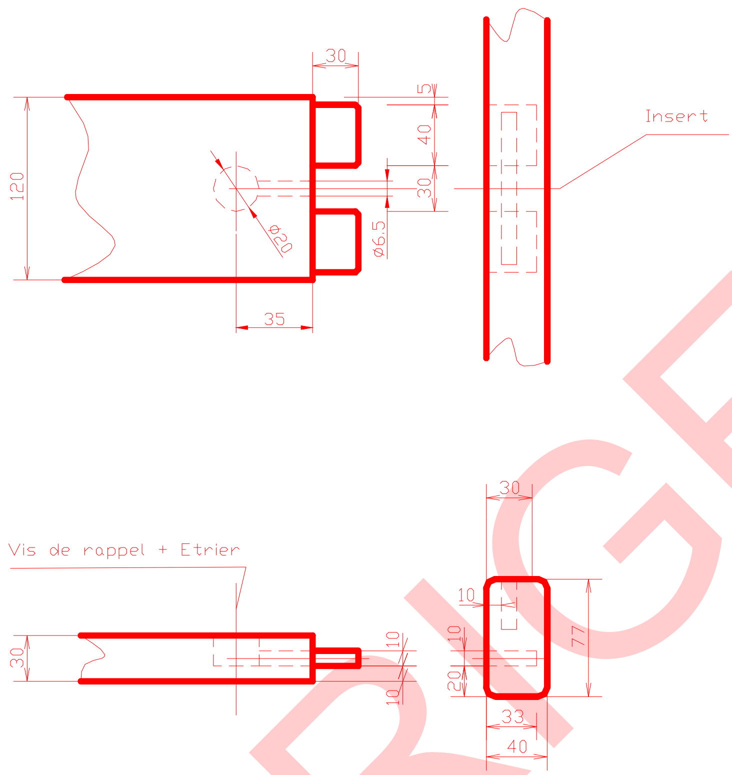
$q = 0.16$ N/mm

$l = 920$ mm

$E = 11\ 800$ MPa

$I = 4\ 167\ mm^4$

Fc = 30.35 mm



1 - Effort repris par chaque assemblage

1 500 N répartis sur les 4 assemblage soit 375 N / assemblage

2 - Contrainte de cisaillement

$\tau = T / A \leqslant 65\% \, \sigma e$ avec $T = 375$ N

$A = 2$ fois $(40 \times 10) = 800 \text{ mm}^2$

$65\% \, \sigma e = 65 \% \; 10.9 \text{ MPa} = 7.08 \text{ MPa}$

$\tau = 375 / 800 = 0.469 \text{ MPa} \leqslant 7.08 \text{ MPa}$ Correct

SUJETS D'EXAMENS